Miscarile planetelor si satelitilor

Mişcările corpurilor din sistemul solar pot fi deduse din legile mişcării şi din legea atracţiei universale . După cum a arătat Kepler , toate planetele se mişcă pe orbite eliptice , Soarele fiind într-unul din focare .

Putem afla o mulţime de lucruri despre mişcarea planetelor considerând cazul particular al orbitelor circulare . Vom neglija forţele dintre planete , considerând numai interacţia dintre Soare şi o planetă dată . Aceste consideraţii se aplică la fel de bine mişcării unui satelit (natural sau artificial) în jurul unei planete .

Două corpuri care se mişcă pe orbite circulare sub influenţa atracţiei universale reciproce .

$$\mathbf{F=Gm_1m_2/r^2}$$

Ambele corpuri au aceeaşi viteză unghiulară ω .

Se consideră două corpuri sferice de mase M şi m mişcându-se pe orbite circulare sub influenţa atracţiei gravitaţionale reciproce . Centrul de masă al acestui sistem de două corpuri se află pe linia care le uneşte , într-un punct C astfel încât : $mr = MR$.

Dacă nu există forţe externe care să acţioneze asupra acestui sistem , centrul de masă nu are acceleraţie . În acest caz se alege C ca origine a sistemului de referinţă . Corpul mare de masă M se mişcă pe o orbită de rază constantă R , iar corpul mic de masă m se mişcă pe o orbită de rază constantă r , ambele corpuri având aceiaşi viteză unghiulară ω .

Pentru ca aceasta să aibă loc , forţa gravitaţională care acţionează asupra fiecărui corp trebuie să asigure acceleraţia centripetă necesară . Deoarece aceste forţe gravitaţionale reprezintă o pereche acţiune-reacţiune , forţele centripete trebuie să fie egale în modul şi opuse ca sens . Adică : $m\omega^2 r$ (modulul forţei centripete exercitată de M asupra lui m) trebuie să fie egal cu $M\omega^2 R$ (modulul forţei centripete exercitată de m asupra lui M) . Faptul că este aşa rezultă imediat , deoarece $mr = MR$, astfel încât $m\omega^2 r = M\omega^2 R$.

Condiţia specifică este atunci ca forţa gravitaţională exercitată asupra fiecărui corp să fie egală cu forţa centripetă necesară pentru a-l menţine în mişcare pe orbita sa circulară, adică :

$$(GMm)/(r+R)^2 = m\omega^2 r \qquad \mathbf{(1)}$$

Dacă un corp are o masă mult mai mare decât celălalt , ca în cazul Soarelui şi al unei planete , depărtarea sa faţa de centrul de masă este mult mai mică decât depărtarea celuilalt corp . Se presupune că R este neglijabil în comparaţie cu r .

Ecuaţia de mai sus devine :

$$GM_s = \omega^2 r^3 \qquad \mathbf{(2)}$$

unde M_s este masa Soarelui.

Dacă exprimăm viteza unghiulară prin perioada de revoluţie , $\omega = 2\pi/T$, obţinem :

$$GM_s = 4\pi^2 r^3/T^2 \qquad \textbf{(3)}$$

Aceasta este o ecuaţie fundamentală pentru mişcarea planetelor ; ea este valabilă de asemenea pentru orbite eliptice dacă definim pe r ca fiind semiaxa mare a elipsei . O consecinţă imediată a ecuaţiei (3) este aceea că ea prezice legea a treia a lui Kepler pentru mişcarea planetelor în cazul particular al orbitelor circulare . Acum putem exprima ecuaţia (3) astfel :

$$T^2 = 4\pi^2 r^3/GM_s \qquad (4)$$

Observăm că masa planetei nu figurează în această expresie . Aici $4\pi^2/GM_s$ este o constantă , aceiaşi pentru toate planetele .

Dacă perioada T şi raza r de revoluţie sunt cunoscute pentru o planetă , ecuaţia (3) poate fi folosită pentru a determina masa Soarelui . De exemplu , perioada Pământului este :

$$T = 365\text{zile} = 3{,}15\cdot 10^7\ \text{s}$$

şi raza orbitei sale este :

$$r = 1{,}5\cdot 10^{11}\ \text{m}$$

Prin urmare

$$M_s = 4\pi^2 r^3/GT^2 \approx 2{,}0\cdot 10^{30}\ \text{kg.}$$

Masa Soarelui este aproximativ 300000 ori mai mare decât masa Pământului . Se vede că eroarea comisă prin neglijarea lui R faţă de r este neglijabilă , deoarece :

$$R = mr/M = 1r/300000 \approx 480\ \text{km}$$

$$R\cdot 100\%/r \approx 1/3000 \text{ din } 1\% \quad .$$

Într-un mod analog se poate determina masa Pământului din perioada şi raza orbitei Lunii în jurul Pământului .

Dacă se cunoaşte masa Soarelui M_s şi perioada de revoluţie T a unei planete în jurul Soarelui , se poate determina raza orbitei r a planetei din ecuaţia (3) . Deoarece perioada se obţine uşor din observaţiile astronomice , această metodă de determinare a distanţei planetelor până la Soare este destul de bună .

Ecuaţia (3) este valabilă pentru mişcările sateliţilor artificiali în jurul Pământului . Se substituie masa Pământului M_p în locul lui M_s în acea ecuaţie .

Legea a doua a lui Kepler pentru mişcarea planetelor trebuie să fie valabilă pentru orbite circulare . Pentru astfel de orbite , atât ω cât şi r sunt constante , astfel încât sunt măturate arii egale în timpuri egale de către linia care uneşte o planetă cu Soarele . Pentru orbitele eliptice exacte însă , sau pentru orice orbită în general , atât *r* cât şi *ω* vor varia .

O cometă care se mişcă de-a lungul unei traiectorii eliptice cu Soarele C în focarul elipsei . În timpul *dt* cometa mătură un unghi $d\theta = \omega dt$. Considerăm o particulă care se roteşte în jurul lui C pe o traiectorie oarecare . Aria măturată de raza vectoare într-un interval de timp foarte scurt este Δt . Această arie este egală cu jumătate din baza înmulţită cu înălţimea sau aproximativ ½ din $(r\omega\Delta t)r$. Această expresie devine mai exactă la limită când $\Delta t \to 0$. Viteza cu care aria este măturată instantaneu este $\omega r^2/2$.

Dar $m\omega r^2$ este pur şi simplu momentul cinetic al particulei faţă de C . Prin urmare , legea a doua a lui Kepler , care cere ca viteza de măturare a ariei $\omega r^2/2$ să fie constantă , este echivalentă cu afirmaţia că momentul cinetic al oricărei planete în jurul Soarelui rămâne constant . Momentul cinetic al particulei în jurul lui C nu poate fi modificat de o forţă îndreptată către C . Legea a doua a lui Kepler va fi valabilă pentru orice forţă centrală , adică pentru orice forţă îndreptată către Soare . Natura exactă a acestei forţe nu este evidenţiată în această lege .

Legea întâi a lui Kepler este aceea care cere ca forţa gravitaţională să

depindă exact invers proporţional de pătratul distanţei dintre două corpuri , adică să depindă de $1/r^2$. Se constată că numai o astfel de forţa poate duce la orbite planetare care să fie eliptice cu Soarele într-unul din focare .

Legile mişcării ale lui Newton şi legea atracţiei universale sunt într-o concordaţă aproape totală cu observaţiile astronomice . S-a considerat mişcarea unei planete în jurul Soarelui ca o problemă „ a două corpuri ” . S-a observat că mişcarea Soarelui poate fi neglijată cu un mare grad de precizie , deoarece raportul dintre masa Soarelui şi masa planetei este mare . Acest lucru a redus problema la mişcarea unui singur corp în jurul unui centru de forţă . Pentru o tratare exactă trebuie să ţinem seama de efectul celorlalte planete şi sateliţi asupra mişcării Soarelui şi planetei .

Această problemă „ a mai multor corpuri ” este foarte dificilă , dar poate fi rezolvată prin metode de aproximaţie cu un mare grad de precizie . Rezultatele unor astfel de calcule sunt în concordanţă cu observaţiile astronomice .