**Sub. 1.**ESTIMATORI DE PRECIZIE SUPLIMENTARI LA PRELUCRAREA MASURATORILOR EFECTUATE IN RETELE PLANIMETRICE GEODEZICE CU METODA OBSERVATIILOR INDIRECTE

$$N^{-1} = Q_{xx} (1)$$

$$N^{-1} * N = I(2)$$

$$s_x = s_0\sqrt{Q_{xx}} (3)$$

$$s_y = s_0\sqrt{Q_{yy}} (4)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}} (5)$$

$$s_t = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = s_0\sqrt{Q_{xx} + Q_{yy}} (6)$$

$$\bar{s}_t = s_0\sqrt{\frac{(urmaQxx}{2u}} (7)$$

(9)

$$a = s_0\sqrt{\lambda_1}; b = s_0\sqrt{\lambda_2} (8)(9)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{Qxx + Qyy}{2} \pm \sqrt{(Qxx - Qyy)^2 + 4Q^2xy} (10)$$

$$\theta = \frac{1}{2} arctg \frac{2Qxy}{Qxx - Qyy} (11)$$

**RETELE PLANIMETRICE**

P(x,y)

N –matricea sistemelor de ecuatii normale

I= $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (12)

$\underline{N}^{-1}$ =Q $_{xx}$

$\underline{N}^{-1}$ *$\underline{N}$=$\underline{I}$

$\underline{N}^{-1}$ =Qxx=n puncte noi

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | 1 | 1 | 2 | 2 | | | R | R | | | u | u |
| | | 1 | 1 | 2 | 2 | | | R | R | | | u | u |
| | | 1 | 1 | 2 | 2 | | | R | R | | | u | u |
| | | 1 | 1 | 2 | 2 | | | R | R | | | u | u |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | x1 | y1 | x2 | y2 | | | xR | yR | | | xu | yu |
| | | x1 | y1 | x2 | y2 | | | xR | yR | | | xu | yu |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | 1 | 1 | 2 | 2 | | | R | R | | | u | u |
| | | 1 | 1 | 2 | 2 | | | XR | R | | | u | u |

Pt.fiecare punct nou se adauga 2 coloane

| | |
|---|---|
| | |

**EVALUAREA PRECIZIEI IN RETELELE PLANIMETRICE**

1.**ERORILE INDIVIDUALE** – relativ la punctul de la mijlocul retelei R

* $s_{xR} = s_0\sqrt{Q_{x_R x_R}} (3`)$ ,unde So – abaterea standard a unitatii de pondere

* $s_{yR} = s_0\sqrt{Q_{y_R y_R}} (4`)$

* $s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}} (5`)$ ,unde[pvv]se va determina cu 2 procedee,n=nr de masuratori,u = nr de necunoscute

Helmert-abatere standard totala(a introdus notiunea)

Pt.pct R abaterea se calculeaza cu relatia

$$s_{t_R} = \sqrt{s_{x_R}^2 + s_{y_R}^2} = s_0\sqrt{Q_{x_R x_R} + Q_{y_R y_R}} (6`)$$

Generalizarea formulei 6 ne conduce la determinarea abaterii stand. $\overline{s_t}$ care este un indicator de precizie pt toata reteaua planimetrica

$$\overline{s_t} = s_0\sqrt{(urmaQxx/2u} (7`)$$

urma $\underline{Q}$ $_{xx}$= $Q_{X1X1} + Q_{Y1Y1} + Q_{X2X2} + Q_{Y1Y1+.....+}Q_{XRXR} + Q_{YRYR} + Q_{XnXn} + Q_{YuYu}$ (13)

2.In fiecare punct nou se determina elipsele erorilor

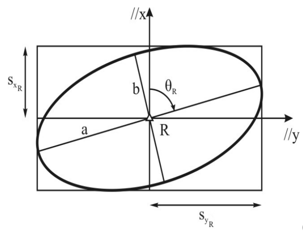
In pct R de la mij retelei

-semiaxele elipsei

$a_R = s_0\sqrt{\lambda_1}$ ; $b_R = s_0\sqrt{\lambda_2}$ unde λ1si λ2se calculeaza cu relatia (10)

$$\lambda_{1,2} = \frac{Q_{x_R x_R} + Q_{y_R y_R}}{2} \pm \sqrt{\left(Q_{x_R x_R} - Q_{y_R y_R}\right)^2 + 4Q_{x_R y_R}} (10`)$$

Orientarea axei mari a elipsei,adika unghiul format de axa mare a elipsei cu axa x in pct R este notata θ $_R$ care se calculeaza cu (11`)




$$\theta_R = \frac{1}{2} arctg \frac{2Q_{xRyR}}{Q_{xRxR} - Q_{yRyR}} .(11`)$$

Elipsa erorilor ne da domeniul de incredere in jurul punctului R.

Coeficientii de pondere necesari in relatiile(3`) si (4`)pana la (11`)se extrag din matricea inversa $\underline{N}^{-1} = \underline{Q}_{xx}$

Denumiri folosite:
a)coef de pondere de forma:

QxRxR si QyRyR se numesc coef de pondere patratici.Acestia se gasesc pe diagonala matricei $\underline{N}^{-1} = \underline{Q}_{xx}$

b)Coef de forma QxRyR se numesc coaf de pondere dreptunghiulari si intervin la fiecare pct nou pe diagonala
Coef de pondere patratici de forma Qxx se calculeaza k la lucrarea 4
Coef de pondere dreptunghiulari se calculeaza analog,dar se fac produsele pe diagonala

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| rosie | | |

*In algebra s-a folositnotiunea de sisteme echivalente si anume:’’2 sisteme de ec se numesc echivalente daca au aceleasi solutii’’*
*In geodezie si TPD se folosesc 3 sisteme de ecuatii de echivalenta a unor sisteme de ecuatii de corectii descoperite de catre Schveiber cunoscute si sub numele de regulile Schveiber de echivalenta.Aceste reguli de echivalenta au 2 proprietati:*
*a.se pot aplica extrem de simplu(fiecare in anumite situatii)*
*b.conduc la micsorari importante ale volumului de calcul*
*De fiecare data va rezulta un alt sistem de ec.de corectii echivalent cu sist initial. La fiecare regula treb retinut>: 1.cand se poate aplica regula respectiva, 2.cum se aplica regula*

**Sub. 2**.**Situaţia 1 de echivalenţă.** Se consideră următorul sistem de ecuaţii ale corecţiilor:

$- dz + a_1dx_1 + b_1dx_2 + ... + u_1dx_u + l_1 = v_1$ pondere $p_1$;

$- dz + a_2dx_1 + b_2dx_2 + ... + u_2dx_u + l_2 = v_2$ pondere $p_2$;

… …

$- dz + a_ndx_1 + b_ndx_2 + ... + u_ndx_u + l_n = v_n$ pondere $p_n$.(1)

Obs!..La fel ca in oricare sistem de corectii **n>u(**2**)**
.........In toate ec intervine nec dz, care in toate ec are coef -1.
n>u+1. Ac.este conditia in care se poate aplica reg1 de echiv a lui Schreiber.
Se va dem. ca sist (1)e echiv cu urm sist de ec.

Se observă că necunoscuta dz are coeficientul –1 în toate ecuaţiile. *Sistemul (6.13) poate fi înlocuit printr-un sistem echivalent (6.14), care are un număr de n+1 ecuaţii, însă din care lipseşte necunoscuta* dz:

$a_1dx_1 + b_1dx_2 + ... + u_1dx_u + l_1 = v'_1$ pondere $p_1$;

$a_2dx_1 + b_2dx_2 + ... + u_2dx_u + l_2 = v'_2$ pondere $p_2$;

… … …

$a_ndx_1 + b_ndx_2 + ... + u_ndx_u + l_n = v'_n$ pondere $p_n$;

$[pa]dx_1 + [pb]dx_2 + ... + [pu]dx_u + [pl] = [pv']$ pondere $p_{n+1} = -\frac{1}{[p]}$.(3)

Ultima ecuaţie a sistemului (3) este denumită *ecuaţie sumă.* Pentru demonstrarea echivalenţei urmărite, se formează sistemul de ecuaţii normale corespunzător sistemului (6.13):

$[p]dz - [pa]dx_1 - [pb]dx_2 - ... - [pu]dx_u - [pl] = 0$;

$-[pa]dz + [paa]dx_1 + [pab]dx_2 + ... + [pau]dx_u + [pal] = 0$;

… … …

$-[pb]dz + [pab]dx_1 + [pbb]dx_2 + ... + [pbu]dx_u + [pbl] = 0$;

$-[pu]dz + [pau]dx_1 + [pbu]dx_2 + ... + [puu]dx_u + [pul] = 0$ .(5)

Se deduce necunoscuta dz din prima ecuaţie normală:

$$dz = \frac{[pa]}{[p]}dx_1 + \frac{[pb]}{[p]}dx_2 + ... + \frac{[pu]}{[p]}dx_u + \frac{[pl]}{[p]}$$

şi se introduce în celelalte ecuaţii. În acest fel se obţine:

$$\left\{[paa]-\frac{[pa][pa]}{[p]}\right\}dx_1+\left\{[pab]-\frac{[pa][pb]}{[p]}\right\}dx_2+...+\left\{[pau]-\frac{[pa][pu]}{[p]}\right\}dx_u+\left\{[pnl]-\frac{[pa][pl]}{[p]}\right\}=0;$$

$$\left\{[pab]-\frac{[pa][pb]}{[p]}\right\}dx_1+\left\{[pbb]-\frac{[pb][pb]}{[p]}\right\}dx_2+...+\left\{[pbu]-\frac{[pb][pu]}{[p]}\right\}dx_u+\left\{[pbl]-\frac{[pb][pl]}{[p]}\right\}=0;$$

$$\left\{[pau]-\frac{[pa][pu]}{[p]}\right\}dx_1+\left\{[pbb]-\frac{[pb][pb]}{[p]}\right\}dx_2+...+\left\{[puu]-\frac{[pa][pa]}{[p]}\right\}dx_u+\left\{[pul]-\frac{[pa][pl]}{[p]}\right\}=0. \quad (7)$$

Formând direct ecuaţiile normale ale sistemului (1) vor rezulta aceleaşi ecuaţii (7), ceea ce demonstrează echivalenţa căutată.

Sist (7) este sistemul de ec normale obtinut din sist de ec de corectii(1) dupa ce s-a obtinut din sist de ec de corectii, dupa ce s-a eliminat nec dz. Si acest sist indepl cele 3propr specifice sist lor de ec normale:

a).sist. este patrata;dar spre deoseb. de (5) are cu dimensiune mai putin:cu linii si cu coloane.

b)este simetrie fata de diagonala principala

c)termeni de pe diagonala sunt pozitivi

Dupa determinarea (calcularea) necunoscutelor ce intervin in(7):

dx1 dx2 ...dxn cu metoda Gauss(eliminari succcesive se determina(calc.)

Datorita regulii 1 de echiv nu se mai rez sist de ec normale(5) ci se rez.(7), care are o nec mai putin.

**Sub. 3.Situaţia 2 de echivalenţă.** Fie un sistem de k ecuaţii ale corecţiilor, cu aceiaşi coeficienţi ai necunoscutelor x, însă cu termenii liberi diferiţi. Ecuaţiile au ponderi diferite.

$$\mathrm{adx}_1+\mathrm{bdx}_2+...+\mathrm{udx}_u+\mathrm{l}_1=\mathrm{v}_1 \text{ pondere } p_1;$$
$$\mathrm{adx}_1+\mathrm{bdx}_2+...+\mathrm{udx}_u+\mathrm{l}_2=\mathrm{v}_2 \text{ pondere } p_2;$$
$$\dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (1)$$
$$\mathrm{adx}_1+\mathrm{bdx}_2+...+\mathrm{udx}_u+\mathrm{l}_k=\mathrm{v}_k \text{ pondere } p_k.$$

Acest sistem este echivalent cu următoarea ecuaţie:

$$\mathrm{adx}_1+\mathrm{bdx}_2+...+\mathrm{udx}_u+\frac{[\mathrm{pl}]}{[\mathrm{p}]}=\mathrm{v}'' \text{ pondere } [\mathrm{p}], (2) \qquad (6.19)$$

în care termenul liber este media ponderată a termenilor liberi din sistemul (6.18) iar ponderea sa este egală cu suma ponderilor ecuaţiilor (6.18).

Într-adevăr, sistemului (6.18) îi corespunde următorul sistem de ecuaţii normale:

$$\mathrm{aa}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_1+\mathrm{ab}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_2+...+\mathrm{au}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_u+\mathrm{a}[\mathrm{lp}]=0;$$
$$\mathrm{ab}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_1+\mathrm{bb}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_2+...+\mathrm{bu}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_u+\mathrm{b}[\mathrm{lp}]=0; \qquad (6.20)$$
$$\mathrm{au}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_1+\mathrm{bu}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_2+...+\mathrm{uu}[\mathrm{p}]\mathrm{dx}_u+\mathrm{u}[\mathrm{lp}]=0. \quad n>u \ (5)$$

Nota:Nu se poate forma un sist de ecuatii normale dintr-o singura ecuatie de corectie.Lucrurile trebuie intelese in felul urm:sis 1 este o componenta a unui sist de ecuatii normale mult mult mai mare in care se respecta regula 5.Aceasta situatie de echivalenta inseamna ca in loc sa lucrezi cu (1) inlocuiesc sistemul cu ac ec (2)

Si la aceasta regula de echivalenta se respecta regula ca poate fi aplicata cu usurinta ec (2).

Ecuaţiei (6.19) îi corespunde acelaşi sistem de ecuaţii normale.

*Obs.* Este de observat că această demonstraţie este posibilă numai în situaţia în care *numărul total al ecuaţiilor de corecţii rămâne mai mare ca numărul necunoscutelor*. Aceasta presupune că situaţia examinată se întâlneşte într-un cadru mai general, într-o prelucrare în care intervin *mult mai multe* ecuaţii decât cele avute în vedere. O formulare mai exactă a cestei reguli ar fi: un sistem particular de ecuaţii de corecţii de forma (6.18), care este parte componentă a unui sistem mult mai mare, poate fi înlocuit de ecuaţia (6.19.) înainte de trecerea la sistemul de ecuaţii normale corespondent deoarece *contribuţia acestora este aceeaşi.*

**Sub. 4**.Regula 3 de echivalenta pt 2 sist de ecuatii de corectii

Pp ca avem intr-un sistem mare de ecuatii o ecuatie de urm forma:

vk=adx+bdy+cdz+l;p (1)

Ec (1) este adusa la ponderea=1;se inmulteste cu √p

vk'=√padx+√pbdy+√pcdz+√pl;p'=1 (2)

Dem:din ecuatia (1) rezulta acelasi sist ca din ecuatia (2)

Contributia ec (1) la un sist mul mai mare

aapdx+abpdy+acpdz+alp=0

abpdx+bbpdy+bcpdz+blp=0 (3)

acpdx+bcpdy+ccpdz+clp=0

Aceeasi contributie o are si ecuatia (2)

Obs:De multe ori ecuatia de corectie trebuie impartite cu o constanta k

v"'=(a/k)dx+(b/k)dy+(c/k)dz+l/k;p"'=pk$^2$ (4)

Din (4) se obtine (3)