

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ DE CONSTRUCȚII
BUCUREȘTI
FACULTATEA DE UTILAJ TEHNOLOGIC
STUDII APROFUNDATE**

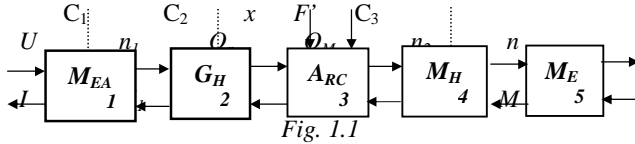
*MODELAREA SI SIMULAREA UNOR
ECHIPAMENTE ALE SISTEMELOR
HIDRAULICE AUTOMATE*

CURSANT
DINU IRINA

- 2005 -

INTRODUCERE:

Structural, un sistem hidraulic automat reprezintă o succesiune de conversii de energie C_1 , C_2 și C_3 , figura 1.1. În figură, blocurile reprezintă în ordine: motorul electric de

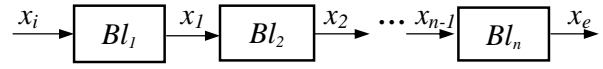


acționare MEA , generatorul hidrostatic de presiune și debit GH , aparatura de reglare și control ARC (aparatură direcțională, de reglare a debitului și presiunii, de înmagazinare, de filtrare etc.); motorul hidraulic MH și mecanismul de execuție ME (organul de lucru).

Motorul electric transformă energia electrică în energie mecanică, deci, la nivelul său, se realizează prima conversie C_1 , apoi, generatorul hidrostatic transformă energia mecanică în energie potențială de presiune, realizând astfel cea de a doua conversie C_2 , energie care – preluată de elementele de reglare și control – este transformată în mod convenabil în concordanță cu programul de funcționare al instalației și transmisă apoi motorului hidraulic. La nivelul motorului hidraulic (circular sau liniar), se realizează ultima conversie de energie C_3 , din energie hidraulică în energie mecanică, transmisă apoi organului activ al sistemului de acționare.

Spre deosebire de sistemele hidraulice automate în accepțiune clasică, având o mărime de intrare x_i și o mărime de ieșire x_e (figura 1.2), sistemul hidraulic automat din figura 1.1 este

prezentat în accepțiune sistemică, ca un sistem multivariabil, în care elementele componente



(blocurile 1...5) sunt cuadripoli sau sexapoli, iar liniile de conexiune (polii) reprezintă suportul de informație a variabilelor.

Sistemul de acționare global presupune existența unei mărimi electrice (U, I), mecanice ($n_1; n_2(v); n(v); M_1; M_2(F); M(F)$) și hidraulice ($Q_p; Q_M; p_p; p_M$), ordonate într-un anumit fel în concordanță cu modul de transmitere a energiei sau informației. Mărimile $U, n_1, Q_p, Q_M, n_2(v)$ și $n(v)$ sunt denumite variabile directe sau de mișcare, prin intermediul acestora realizându-se caracteristica de frecvență a sistemului, iar mărimile $M(F), M_2(F), p_M, p_p, M_1, I$ – variabile de efort, ceea ce presupune rezerva de putere a sistemului pentru crearea forței sau momentului necesar învingerii forțelor sau momentelor rezistente la organul de lucru.

Mărimile x și F' sunt mărimi exterioare de comandă.

În cele ce urmează, vom prezenta metoda cercetării teoretice prin modelare și simulare pe calculatorul numeric a elementelor componente ale sistemelor hidraulice automate, cum ar fi de exemplu: generatoare de energie (pompe), motoare, aparatura de reglare a debitelor și presiunilor, aparatura de distribuție etc..

1.1. MODELUL POMPEI CU DEBIT CONSTANT

Pentru elaborarea modelelor matematice și întocmirea schemelor bloc funcționale, cât și pentru simularea numerică pe calculator, se pleacă de la ecuația de echilibru a debitelor și mișcării și, respectiv, de la ecuația de echilibru dinamic a momentelor la nivelul legăturii prin cuplaj dintre motorul electric de antrenare și generator, care, pentru pompele cu debit constant (PDC), au următoarea formă:

$$Q_p = \frac{q_p}{2\pi} \omega_p - a_p p - \frac{q_p}{2E} \frac{dp}{dt} \quad (1.1)$$

$$J \frac{d\omega_p}{dt} + b_p \omega_p + \frac{q_p}{2\pi} p + \frac{q_p}{2\pi} c_{fp} p = K_e (\omega_s - \omega_p) \quad (1.2)$$

unde: Q_p este debitul pompei [m^3/s]; q_p – capacitatea pompei (se neglijează valorile neactive de lichid) [m^3]; ω_p – viteza unghiulară a pompei [rad/s]; a_p – gradientul linearizat al pierderilor de debit [$(m^3/s)/(N/m^2)$]; p –

presiunea instantanee din pompă [N/m²]; E – modulul de elasticitate al lichidului [N/m²]; J – momentul de inerție cumulat al motorului pompei, cuplajului și rotorului motorului electric [Nms²]; b_p – gradientul linearizat al pierderilor proporționale cu turația [(Nm)/(rad/s)]; K_e – panta caracteristicii mecanice a motorului electric [(Nm)/(rad/s)]; ω_p – viteza unghiulară de sincronism a motorului electric [rad/s]; c_{fp} – coeficientul de frecare uscată (mărime adimensională).

Se consideră ca mărime de intrare, presiunea instantanee $p(t)$, mărime de ieșire, debitul instantaneu $Q_p(t)$, iar, ca parametru, viteza unghiulară de sincronism ω_s .

Aplicând relațiilor (1.1) și (1.2), transformata Laplace, pentru condiții inițiale nule, se obține:

$$Q_p(s) = \frac{q_p}{2\pi} \Omega_p(s) - a_p P(s) - \frac{q_p}{2E} P(s)s \quad (1.3)$$

$$J\Omega_p(s)s + b_p \Omega_p(s) + \frac{q_p}{2\pi} P(s) + \frac{q_p}{2\pi} c_{fp} P(s) = K_e [\Omega_s(s) - \Omega_p(s)] \quad (1.4)$$

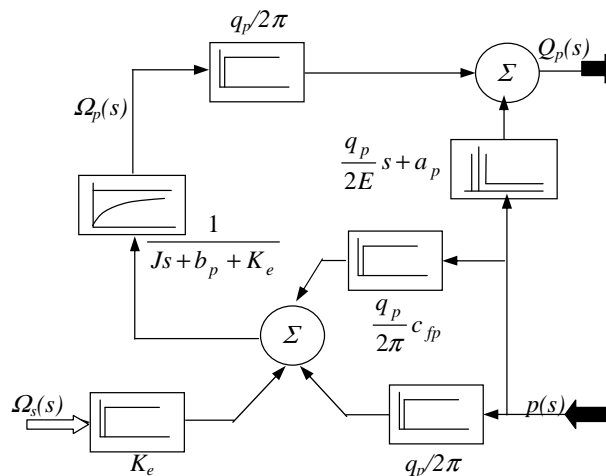
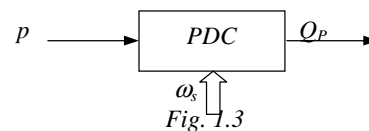
1.2. MODELUL POMPEI CU DEBIT REGLABIL

În cazul generatorului cu capacitate reglabilă (figura 1.5), se înlocuiește în ecuațiile (1.1) și (1.2) ale pompei cu capacitate constantă $\frac{q_p}{2\pi} = K_p \psi_p$ unde ψ_p este un coeficient, $\psi_p \in [0,1]$, iar K_p este capacitatea maximă a pompei împărțită la 2π .

Se notează, de asemenea, cu $q_p'/2$, cantitatea medie de lichid din spațiile inactive ale pompei.

Pe baza celor spuse, va rezulta următorul model matematic neliniar:

$$Q_p = K_p \psi_p \omega_p - a_p p - \frac{q_p'}{2E} \frac{dp}{dt} \quad (1.5)$$



Considerând pompa în accepțiune sistemică (figura 1.3), pe baza ecuațiilor (1.3) și (1.4), se poate elabora schema funcțională a pompei cu capacitate constantă (figura 1.4).

$$J \frac{d\omega_p}{dt} + b_p \omega_p + K_p \psi_p (p - p_2) + c_{fp} K_p \psi_p (p - p_2) = K_E (\omega_s - \omega_p) \quad (1.6)$$

Notațiile corespund celor din modelul precedent. Aplicând transformata Laplace relațiilor (2.5) și (2.6) vom obține:

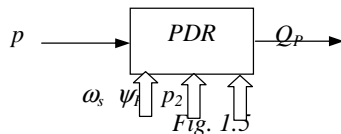
$$Q_p(s) = K_p \psi_p \Omega_p(s) - a_p P(s) - \frac{q_p'}{2E} P(s)s \quad (1.7)$$

$$(Js + b_p + K_E) \Omega_p(s) + K_p \psi_p [P(s) - P_2(s)] + c_{fp} K_p \psi_p [P(s) - P_2(s)] = K_E \Omega_s(s) \quad (1.8)$$

Pe baza relațiilor matematice scrise (a modelului matematic neliniar), se poate elabora schema funcțională a pompei cu capacitate reglabilă (figura 1.6). Cele două modele au fost

prezentate mai mult teoretic, prin scrierea ecuațiilor diferențiale care descriu modelele lor matematice.

În paragraful următor voi prezenta modelarea și simularea unei pompe cu pistoane



axiale cu cilindree variabilă, cu controlul presiunii.

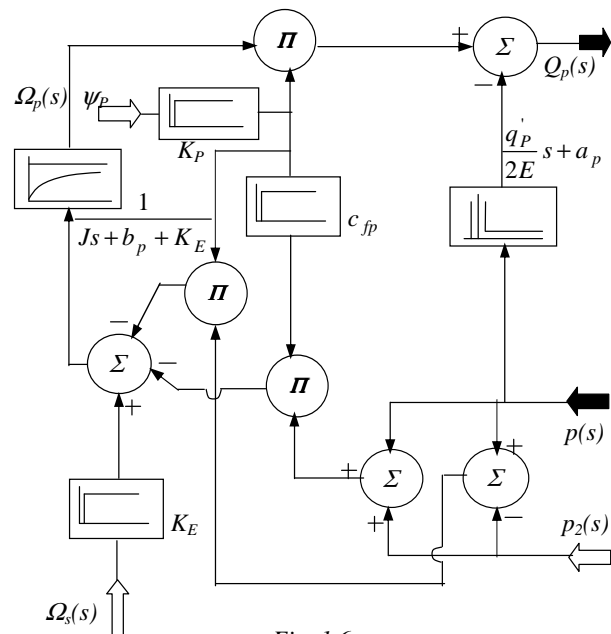


Fig. 1.6

1.3. MODELAREA ȘI SIMULAREA UNEI POMPE CU PISTOANE AXIALE CU CILINDREE VARIABILĂ CU CONTROLUL PRESIUNII

Ne propunem să studiem caracteristicile statice și dinamice ale unei pompe cu pistoane axiale cu cilindree variabilă, cu regulator de presiune. Ecuațiile care modelează funcționarea pompei sunt studiate prin simularea pe calculator, metodă care duce la identificarea parametrilor principali. Rezultatele obținute sunt în concordanță cu caracteristicile de funcționare furnizate de producător.

1.3.1. INTRODUCERE

În sistemele hidraulice moderne, pompele cu pistoane axiale cu cilindree variabilă se utilizează în majoritatea aplicațiilor la care este necesar un control riguros al presiunii. O astfel de pompă cu controlul presiunii produce exact debitul necesar consumatorului, crescând eficiența pomparei și scăderea temperaturii uleiului. Aceste pompe folosite împreună cu *supapele proporționale* sau *servovalvele* fac ca sistemele hidraulice să fie mult mai eficiente și mai flexibile – Fig. 1.7

- 1 – pompa cu pistoane axiale;
- 2 – supapa proporțională;
- 3 – cilindru hidraulic 1;
- 4 – cilindru hidraulic (la care revenirea pistonului se face cu ajutorul arcului);
- 5 – pârghia de reglaj.

Cunoașterea caracteristicilor statice și dinamice a acestor pompe este importantă în proiectarea sistemelor hidraulice de control sofisticate. Această afirmație se dovedește a fi adevărată, deoarece după cum știm, schimbarea condițiilor de operare trebuie să se facă în cel mai scurt timp și dacă e posibil fără oscilații. Rezultatele experimentale ale caracteristicilor dinamice ale pompelor sunt considerate a fi cunoscute de la producător.

Pentru efectuarea analizei de față, vom folosi modelul matematic, al pompei cu pistoane axiale cu cilindree variabilă, cu controlul presiunii, utilizând pentru aceasta simularea pe calculator. Se examinează condițiile de

funcționare ale pompei, și rezultatele prezentate în caracteristicile dinamice de funcționare sunt în concordanță (rezonabilă) cu datele oferite de producător. În același fel se pot modela și alte componente ale unui sistem hydraulic.

Mai mult, modelarea simultană a tuturor componentelor unui sistem hydraulic, poate descrie condițiile dinamice de operare ale unui sistem hydraulic oricât de complex.

îmbunătățirii caracteristicilor dinamice ale pompei;

- ◆ Cilindrul hydraulic principal (1) pentru modificarea unghiului discului pendular;
- ◆ Cilindrul hydraulic secundar cu arc, care reglează de asemenea poziția discului pendular;
- ◆ Discul pendular – conectat cu tijele pistoanelor celor doi cilindri hidraulici. Discul poate fi rotit cu ajutorul celor două pistoane, în jurul poziției centrale cu un unghi dat. Cele

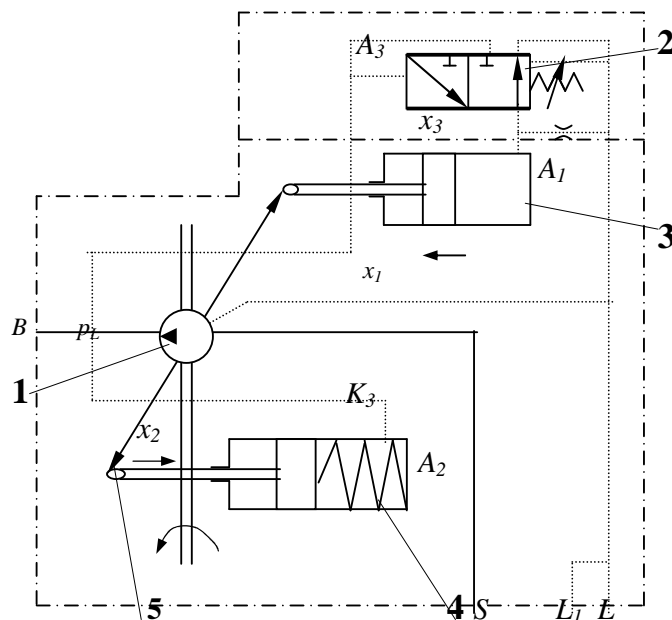


Fig 1.7 Schema sistemului de reglare

1.3.2. CONTROLUL PRESIUNII

În practică, controlul presiunii, prin compararea valorilor reale cu starea de referință, formează un sistem – tip balanță – care este aplicat supapei pilot, și care este folosit aproape în exclusivitate, datorită simplității sale. În figura 1.7 s-a prezentat schema acestui tip de control al presiunii, pentru care presiunea de referință (reprezentând intrarea în sistem) este preluată mecanic de arcul K_3 .

Schema este formată din următoarele elemente:

- ◆ Pompa cu pistoane axiale cu cilindree variabilă;
- ◆ Supapa proporțională care controlează cilindreea pompei;
- ◆ Orificiul (diuză) cu ϕ 0,6 mm, pentru atenuare suplimentară, în sensul

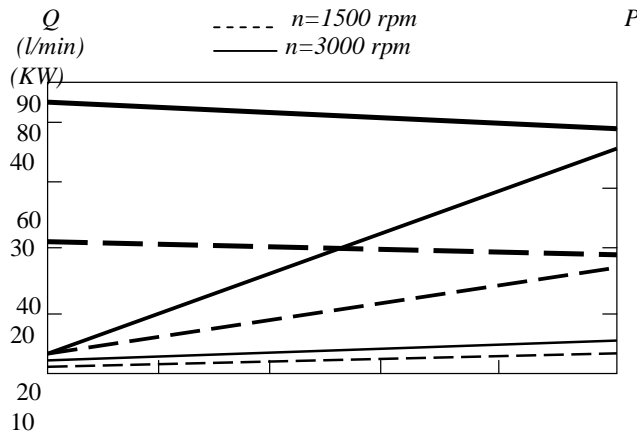
doă pistoane împing cu o anumită forță, funcție de poziția discului, respectiv de unghiul de reglaj. Forța de apăsare este factorul determinant pentru volumul de lichid refulat al pompei. În cazul în care unghiul de reglaj este zero, forța de apăsare și volumul refulat al pompei sunt nule.

La supapa proporțională de control, presiunea de referință corespunde valorii x_{REF} , unde x_{REF} reprezintă pretensionarea arcului supapei proporționale de control. Avem de-a face cu două situații:

- a) Cât timp presiunea de lucru p_L este mai mică decât presiunea de referință care acționează supapa proporțională de control, prin supapă nu circulă lichid. Acest lucru are ca rezultat faptul că nu există nici o presiune p_L care să acționeze pe suprafața A_1 a pistonului cilindrului principal. În acest caz unghiul

discului pendular și debitul pompei, Q_P , au valori maxime.

b) Dacă presiunea de lucru p_L este mai mare decât presiunea de referință care acționează supapa proporțională de control, supapa începe să se deschidă, ceea ce duce la o curgere a lichidului, către aria (suprafața) A_I a pistonului cilindrului principal. Pe măsură ce presiunea crește pe suprafața A_I a pistonului cilindrului principal, acesta se deplasează spre stânga (x_I – deplasarea pistonului cilindrului principal) și debitul pompei este redus proporțional cu această deplasare.



Orificiul, plasat între supapa proporțională și cilindrul principal 1, atenuază oscilațiile de presiune pe supapa proporțională și are ca rezultat creșterea stabilității și reducerea pierderilor de putere.

1.3.3. DATELE TEHNICE ALE POMPEI

Pentru simularea pe calculator a controlului presiunii și pentru a examina comportarea statică și dinamică a pompei, trebuie cunoscute datele tehnice ale pompei cu pistoane axiale cu cilindrul variabilă. Presupunând o viteză de rotație constantă, debitul pompei va fi funcție de unghi și de presiune.

Dependența debitului Q_P de deplasarea (poziția) x_I a pistonului cilindrului principal este liniară. Acest lucru poate fi exprimat prin relația următoare:

$$Q_P = C_Q x_I - C_{PiP} p_L \quad (1.9)$$

unde (pentru $p_L=0$) creșterea debitului pompei, notată C_Q , este dată de relația:

$$C_Q = \frac{Q_{Pmax}}{x_{I,max}} \quad (1.10)$$

și (pentru unghi constant și viteză constantă) coeficientul de pierderi interne dependent de presiune, notat C_{PiP} este:

$$C_{PiP} = \frac{dQ}{dp} \quad (1.11)$$

De obicei acest coeficient de pierderi interne este considerat constant. Acest lucru poate fi adevărat în anumite condiții restrictive de lucru, dar nu poate reprezenta toate condițiile de operare ale pompei, deoarece acestea se schimbă considerabil. Pentru o descriere adecvată a performanțelor reale trebuie considerată o dependență neliniară între pierderile de debit ale pompei și presiune.

Experimental s-a determinat că aceste pierderi de debit au forma următoare:

$$Q_{PL} = C_{Pi} p_L^{1,2} \quad (1.12)$$

unde, C_{Pi} este coeficientul de pierderi interne al pompei. De aceea, în locul ecuației (1.9) se va folosi următoarea ecuație:

$$Q_P = C_Q x_I - C_{Pi} p_L^{1,2} \quad (1.13)$$

Datele oferite de producător în figura 2.8 prezintă, dependența dintre presiune funcție de debitul maxim.

Legenda figurii 1.8 este următoarea:

Q	---	pentru $n=1500$ rpm
Q	—	pentru $n=3000$ rpm
P_{Qmax}	---	pentru $n=1500$ rpm
P_{Qmin}	—	pentru $n=3000$ rpm
P_{Qzero}	-----	pentru $n=1500$ rpm
P_{Qzero}	—	pentru $n=3000$ rpm

Cât timp presiunea p_L nu depășește presiunea de referință, nu trece volum de lichid prin supapa proporțională. Debitul Q_C este refulat pe conducta de presiune către consumator. Dacă presiunea p_L este mai mică decât presiunea de referință, debitul pompei Q_P va fi egal cu cel din conducta de ieșire, adică:

$$Q_P = Q_C \quad (1.14)$$

Debitul prin conducta de ieșire, Q_C , este dat de relația următoare:

* 1,2 – se referă la cele două valori ale turăției n (vezi fig.1.8)

$$Q_C = v_C \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (1.15)$$

unde viteza de curgere a lichidului, v_C , este considerată în primul punct al conductei de presiune (de refulare), respectiv la nivelul orificiului de refulare al pompei. Dacă presiunea p_L depășește valoarea de referință supapa proporțională se deschide și există debit care trece prin supapă către suprafața A_I a cilindrului principal.

Acest debit depinde de deplasarea x_3 a pistonului supapei. Debitul care tranzitează supapa, Q_{SP} , este:

$$Q_{SP} = s_{SP} A_{SP} \sqrt{\frac{2(p_L - p_1)}{\rho}} \quad (1.16)$$

unde, s_{SP} este coeficientul de curgere al supapei, ρ este densitatea uleiului, p_1 presiunea în cilindrul principal, iar secțiunea de curgere a lichidului, A_{SP} , este:

$$A_{SP} = R^2 \frac{\sqrt{2R(x_3 - x_R) - (x_3 - x_R)^2}}{R - (x_3 - x_R)} - [R - (x_3 - x_R)] \sqrt{2R(x_3 - x_R) - (x_3 - x_R)^2} \quad (1.17)$$

în care, R este raza, iar x_R deplasarea la care debitul (curgerea) spre rezervor este întreruptă.

Supapa fiind proporțională, va exista de asemenea un debit de lichid, Q_{SP-R} , către rezervor, care depinde de deplasarea x_3 a pistonului supapei.

Debitul, Q_{SP-R} , se calculează cu ajutorul relației:

$$Q_{SP-R} = s_{SP-R} A_{SP-R} \sqrt{\frac{2p_1}{\rho}} \quad (1.18)$$

unde, s_{SP-R} este coeficientul de curgere de la supapă spre rezervor, iar secțiunea de curgere a lichidului, A_{SP-R} , este dată de relația:

$$A_{SP-R} = R^2 \frac{\sqrt{2R(x_R - x_3) - (x_R - x_3)^2}}{R - (x_3 - x_R)} - [R - (x_R - x_3)] \sqrt{2R(x_R - x_3) - (x_R - x_3)^2} \quad (1.19)$$

Pe suprafața A_I a pistonului cilindrului principal se exercită presiunea p_I . Orificiul (diuza) situat între supapa proporțională și

cilindrul principal este tranzitat de debitul Q_D către rezervor, debit dependent de valoarea presiunii p_I :

$$Q_D = s_D A_D \sqrt{p_1} \quad (1.20)$$

unde, s_D este coeficientul de curgere al orificiului, iar A_D aria orificiului.

Încărcarea pistonului este dependentă pe de o parte de poziția acestuia și pe de altă parte de presiune. Această încărcare (forță), dependentă de poziția pistonului, este cauzată de forțele centrifuge care se exercită asupra cilindrului pistonului de către acesta.

Distribuția de presiune în legătură cu axele de deplasare ale pistoanelor pompei este asimetrică. Dacă se neglijează forțele de frecare, variația forței de apăsare F_A pentru o viteză de rotație constantă este dată de relația:

$$F_A = f_A x_1 - k_A p_L \quad (1.21)$$

unde, f_A este coeficient de poziție dependent de F_A , iar k_A coeficient de presiune dependent de F_A .

Conform *figurii 1.7* presiunea pe suprafața A_I a pistonului cilindrului principal este influențată de supapa proporțională de control. Presiunea de pompare în conjuncție cu un arc relativ slab (al supapei proporționale de control) acționează pe aria mică a pistonului. Această metodă dă posibilitatea implementării unor viteze variate ale pistonului în ambele direcții și are pierderi mici în ceea ce privește *stabilitatea*.

Pentru un bun control, supapa proporțională trebuie să nu aibă pierderi de presiune mari, să asigure o bună curgere (un debit ridicat), dar și o valoare a debitului apropiată de zero la o valoare nulă a unghiului discului pendular.

Întregul sistem de reglare trebuie să aibă o precizie ridicată (erori minime la ieșire); iar ajustările pompei trebuie să fie realizate cât mai rapid de îndată ce este detectată o eroare la ieșire. De asemenea este necesar un timp de răspuns cât mai mic.

Dacă supapa proporțională de control are un debit mare, aceasta ne duce la ajustări rapide ale pompei în cazul prezenței la ieșire a erorilor.

Totuși, apar probleme de stabilitate la unghi zero, chiar dacă supapa proporțională îndeplinește aceste condiții.

Creșterea debitului în “zona zero” trebuie semnificativ scăzută prin măsuri de proiectare cu scopul de a crește amortizarea.

Creșterea debitului supapei corespunde “punctului zero” pe panta curbei caracteristice a pompei.

Creșterea presiunii prin supapă este foarte importantă pentru precizia în stare stabilă a buclei de control închise. Există o metodă de modificare a presiunii p_I pe piston, funcție de starea supapei.

Creșterea presiunii din supapă cu cilindrul atașat este determinantă pentru precizia controlului și este redusă de pierderile din cilindru.

Presiunea mai poate fi redusă prin practicarea unui orificiu adițional între supapa proporțională de control și suprafața A_I a pistonului cilindrului principal, aflat în legătură cu rezervorul de ulei.

Mai există o amortizare suplimentară datorată frecărilor între părțile în mișcare, care reglează debitul pompei. Aceste părți sunt: bobina supapei proporționale de control, pistoanele cu suprafețele A_I și A_2 și discul pendular legat între cele două pistoane.

Forța de frecare se opune mișcării părților mobile și este formată din forța de frecare a lui Columb F_C (care e constantă și nu depinde de viteza mișcării) și forța de frecare vâscoasă F_V (care depinde de viteza mișcării).

Aceste forțe sunt date de relațiile:

$$F_C = C \frac{v}{|v|} \quad (1.22)$$

$$F_V = Dv \quad (1.23)$$

unde, C este coeficientul de frecare al lui Columb, D este coeficientul de frecare vâscoasă, iar x poziția pistonului.

1.3.4. MODELUL MATEMATIC

Întregul sistem este prezentat în figura 1.7. Debitul este proporțional cu turația la nivelul axului pompei și cu cilindrul pompei.

Modificând poziția discului pendular este posibilă variația continuă a debitului. Presiunile sunt notate cu p_L și respectiv p_I .

Facem următoarele presupuneri:

- ◆ Presiunea lichidului pe conducta de retur (B) și pe conducta de aspirație (S) a pompei este egală cu presiunea în rezervor (considerată egală cu presiunea atmosferică);
- ◆ Presiunea atmosferică este neglijată deoarece este foarte mică comparativ cu presiunea de lucru;
- ◆ Pulsațiile de debit se consideră neglijabile comparativ cu cele de la descărcarea pompei.

Sistemul poate fi descris de ecuația diferențială de continuitate, a creșterii de presiune în volume discrete, V :

$$\dot{p} = \frac{E}{V} \sum Q_i \quad (1.24)$$

în care, E este modulul de elasticitate al uleiului; (dacă există o variație a debitului, ea este inclusă în $\sum Q_i$).

Acestei ecuații îi corepunde ecuația de mișcare:

$$m \ddot{x} = \sum F_i \quad (1.25)$$

unde m este masa.

Ecuația (1.24) este valabilă numai pentru volume V mici. Pentru elementele cu volum mic, ecuația dă soluții precise.

Apar probleme în cazul elementelor mari, cum sunt: rețelele de conducte și cilindri hidraulici mari, pentru care se alege metoda caracteristicilor pentru conducte de presiune în circuitul pompei.

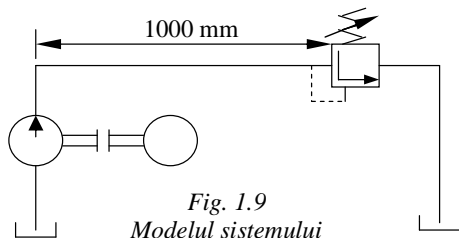


Figura 1.9 arată modelul sistemului. Conducta de presiune are diametrul interior $d=20\text{ mm}$ și lungimea $L=1000\text{ mm}$. Pentru a obține ecuațiile diferențiale care descriu curgerea lichidului prin conducta de presiune a modelului sistemului (fig. 1.9), vom scrie două ecuații de bază ale mecanicii fluidelor (este vorba despre legea a doua a lui Newton și ecuația de continuitate).

Variabilele dependente sunt presiunea p și viteza medie a debitului v în secțiunea de curgere.

Variabilele independente sunt distanța x în lungul conductei, măsurată de la orificiul de refulare al pompei și timpul t – rezultă $p=p(x,t)$, $v=v(x,t)$.

Ecuațiile amintite mai sus se scriu:

$$\left[\left(v + \frac{\lambda}{\rho} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \lambda \left[\left(v + \frac{\alpha^2 \rho}{\lambda} \right) \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} \right] + \lambda \frac{fv|v|}{2d} = 0 \quad (1.26)$$

unde, α este viteza undei de presiune, λ este valoarea reală distinctă, dată de relația $\lambda = \pm \alpha \rho$ și f coeficientul de frecare în conductă.

Ecuația care este valabilă pe ramura pozitivă a caracteristicii este:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \alpha \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha \rho \frac{fv|v|}{2d} = 0 \quad (1.27)$$

Ecuația care este valabilă pe ramura negativă a caracteristicii este:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \alpha \rho \frac{\partial v}{\partial t} - \alpha \rho \frac{fv|v|}{2d} = 0 \quad (1.28)$$

Soluția este extrasă din caracteristici, pornind de la condițiile cunoscute la ieșirea din

pompă și de la punctul de intersecție pentru care cunoaștem presiunea și viteza.

Conducta este considerată a fi formată din n diviziuni egale, iar presiunea și viteza se consideră cunoscute pentru fiecare diviziune.

Soluția poate fi extrasă din intersecția caracteristicilor. Intervalul de timp de calcul este:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\alpha}$$

Presiunea $p_C(i)$ și viteza $v_C(i)$ sunt definite de relațiile:

$$p_C(i) = \frac{1}{2} \{ p(i-1) + p(i+1) + \alpha \rho [v(i-1) - v(i+1)] - \alpha \rho (f \Delta x / 2d) [v(i-1)|v(i-1)| - v(i+1)|v(i+1)|] \} \quad (1.29)$$

$$v_C(i) = \frac{1}{2} \{ v(i-1) + v(i+1) + \frac{1}{\alpha \rho} [p(i-1) - p(i+1)] - (f \Delta x / 2d) [v(i-1)|v(i-1)| - v(i+1)|v(i+1)|] \} \quad (1.30)$$

Cu n segmente sunt $n_I = n+1$ secțiuni în lungul conductei. Ecuațiile (1.29) și (1.30) se folosesc într-o buclă de iterații pentru a rezolva $v_C(i)$ și $p_C(i)$, pentru $i = \overline{2, n}$.

Condițiile limită pentru ecuațiile (1.27) și (1.28) în diferite notații sunt apoi utilizate pentru a rezolva $v_C(1)$, $p_C(1)$ și $v_C(n_I)$, $p_C(n_I)$.

După obținerea acestor valori, valorile $v(i)$ și $p(i)$ sunt înlocuite cu valorile $v_C(i)$ și $p_C(i)$, se incrementează timpul și procedura se repetă.

La capătul conductei de presiune (amonte conductei; după orificiul de refulare al pompei), neglijând pierderile de presiune la intrare, condiția limită este:

$$p_C(1) = p_L - \frac{\rho v_C^2(1)}{2} \quad (1.31)$$

La capătul din aval al conductei de presiune, condiția limită (când supapa de presiune nu este deschisă) este:

$$v_C(n_I) = 0 \quad (1.32)$$

Pentru presiunea p_L , în circuitul de refulare al pompei, putem scrie următoarea ecuație:

$$\ddot{x}_L = \frac{\frac{E}{V_{crp}}}{1 + \frac{E}{V_{crp}} \frac{2\pi(d/2)^3 L(1-r^2)}{eE_C}} [C_Q x_1 - A_2 \ddot{x}_2 - C_{pi} p_L^{1,2} - A_3 \ddot{x}_3 - Q_{SP} - Q_C] \quad (1.33)$$

unde, V_{crp} este volumul în circuitul de refulare al pompei, E_C modulul de elasticitate al conductei, e grosimea conductei și r rația lui Poisson.

Pentru presiunea p_I , care acționează pe suprafața A_I a pistonului cilindrului principal, scriem următoarea ecuație:

$$\ddot{x}_I = \frac{E}{V_I} [Q_{SP} - Q_{SP-R} - Q_D - A_I \ddot{x}_I] \quad (1.34)$$

Ecuația mișcării pentru deplasarea indusă, \ddot{x}_3 , de către bobina de control a supapei (în care, indicele “3” al coeficienților se referă la supapa proporțională de control), este:

$$\ddot{x}_3 = \frac{1}{m_3} [A_3 p_L - K_3 (x_{REF} + x_3) - D_3 \dot{x}_3 - C_3 (\ddot{x}_3 / |\ddot{x}_3|)] \quad (1.35)$$

Ecuația de mișcare a cilindrului principal și implicit a discului pendular (în care, indicii “1”, “2”, “DP” ai coeficienților se referă la cilindrul principal, cilindrul secundar și respectiv discul pendular); unde x_{DP} reprezintă deplasarea discului pendular în lagărul de susținere și $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$, $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$, $x_1 = x_2$, este:

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_{DP}} \left[A_1 p_I - D_1 \dot{x}_1 - C_1 \frac{\dot{x}_1}{|\dot{x}_1|} - A_2 p_L - K_2 x_2 - D_2 \dot{x}_2 - C_2 \frac{\dot{x}_2}{|\dot{x}_2|} - D_{DP} \dot{x}_{DP} - C_{DP} \frac{\dot{x}_{DP}}{|\dot{x}_{DP}|} + f_A (x_{1max} - x_1) - k_A p_L \right] \quad (1.36)$$

Procedeeul de simulare combină ecuațiile diferențiale (1.33)-(1.36) cu ecuațiile algebrice

(1.29), (1.30) și condițiile limită (1.31), (1.32) cu ecuațiile caracteristice (1.27), (1.28).

Ecuațiile diferențiale (1.33)-(1.36) ale modelului matematic sunt rezolvate simultan prin metoda Runge-Kutta.

Această metodă este performantă în rezolvarea problemelor care descriu mișcări oscilatorii. Pentru conducta de presiune, soluția este obținută prin metoda caracteristicilor.

Amonteale conductei de presiune este localizat la nivelul orificiului de refulare al pompei. În acel punct condiția limită (1.31) și ecuația (1.28) dau $p_C(I)$ și $v_C(I)$. În avalul conductei, condiția limită (1.32) și ecuația (1.27) dau $p_C(n_I)$ și $v_C(n_I)$.

Prin bucla de iterații, valorile v și p sunt cunoscute pentru toate segmentele conductei de presiune, putând fi determinat cu ușurință debitul în conductă.

Ecuațiile diferențiale (1.33)-(1.36) sunt rezolvate pentru noi condiții, iar procedura de simulare se repetă.

Intervalul de timp $\Delta t = \Delta x / \alpha$ se află prin soluții caracteristice. Este necesară o selecție adecvată a numărului de segmente ale conductei pentru a avea un interval de timp suficient de rezolvare a ecuațiilor diferențiale.

1.3.5. CARACTERISTICA DINAMICĂ. REZULTATE OBTINUTE

Comportarea dinamică este prezentată sub forma unei funcții de răspuns la intrările de referință și la perturbații.

Intrarea de referință este x_{REF} . Perturbațiile se obțin prin închiderea și deschiderea supapei de presiune între anumite valori a presiunii (vezi *fig. 1.9*). Aceasta înseamnă că au loc adesea schimbări ale debitului în conducta de presiune. Deci, perturbația se va referi la $v_C(I)$.

Caracteristica dinamică indicată de producător, în *figura 1.10*, este valabilă pentru următoarele condiții:

- turația de antrenare a pompei = 1500 rpm = ct .
- temperatura uleiului = 50 °C
- presiunea maximă (de refulare a pompei) = 315 bar
- pașii de încărcare se obțin închizând și deschizând conducta de presiune cu o supapă de presiune situată la 1000 mm de orificiul de refulare al pompei (conform *figurii 1.9*).

În *figura 2.10*, timpii de control sunt:

- $t_{s out}$ (până la 50 bar): 60 ms
- $t_{s out}$ (până la 220 bar): 30 ms
- $t_{s in}$ (până la 250 bar): 20 ms

Rezultatele modelării și simulării pentru caracteristicile dinamice de lucru ale sistemului sunt arătate în *figurile 1.11+1.21*, privind:

- ☞ p_L – presiunea de refulare a pompei;
- ☞ p_1 – presiunea în cilindrul principal;
- ☞ x_1 – poziția pistonului cilindrului principal;
- ☞ x_3 – poziția bobinei supapei proporționale de control.

Figura 1.11 arată presiunea și *figura 1.12* arată poziția pistoanelor pentru variația presiunii în conductă de la 250 ÷ 220 bar. Presiunea de lucru scade pe măsură ce lichidul curge de la pompă spre conducta de presiune. Supapa de presiune de la capătul conductei de presiune este reglată să se deschidă la 220 bar. O dată cu scăderea presiunii, supapa de control se închide

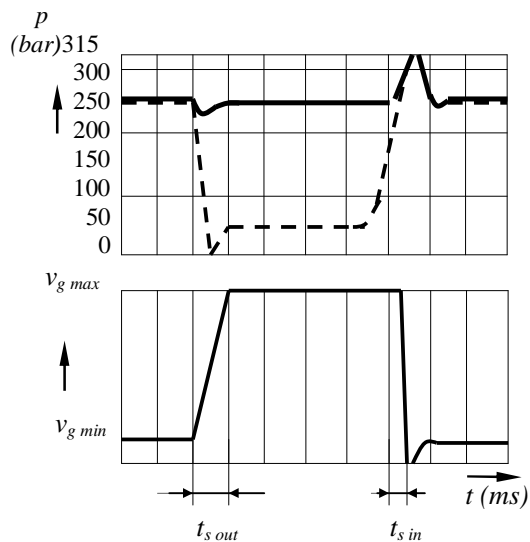


Fig. 1.10 Caracteristica producătorului

datorită forței arcului. Lichidul de pe suprafața A_1 a pistonului cilindrului principal trece către rezervor, astfel că presiunea p_1 scade imediat la valoarea zero. Numai suprafața A_2 a pistonului cilindrului secundar este afectată de presiunea p_L și de forța arcului adițional, astfel că pistonul este împins către poziția corespunzătoare deplasării maxime. După 27 ms este atinsă deplasarea maximă.

Figura 1.13 arată presiunea și *figura 1.14* arată poziția pistoanelor pentru variația presiunii în conductă de la 250 bar la 50 bar. Supapa de presiune este reglată să se deschidă la 50 bar. Funcționarea sistemului e similară cu cea descrisă mai sus pentru *figurile 1.11 și 1.12*. După 64 ms este atinsă deplasarea maximă, iar cilindrul pompei are valoare maximă.

Figura 1.15 arată presiunea și *figura 1.16* arată poziția pistoanelor la o valoare a presiunii în conductă de 220 bar, iar supapa proporțională de control are arcul pretensionat la valoarea x_{REF} , astfel că cilindrul pompei va fi minimă când presiunea de lucru va fi 250 bar. În acest caz, funcționarea sistemului este inversată. Odată cu închiderea conductei de presiune, presiunea de lucru crește semnificativ deoarece pompa furnizează o cantitate limitată de lichid.

Figura 1.17 arată presiunea și *figura 1.18* arată poziția pistoanelor când supapa de presiune închide brusc conducta de presiune la o valoare a presiunii de 50 bar; cilindrul pompei este reglat prin intermediul supapei de control

la valoare minimă, iar presiunea de lucru este 250 bar.

Figura 1.19 arată presiunea și figura 1.20 arată poziția pistoanelor când supapa de presiune închide brusc conducta de presiune la o valoare a presiunii de 50 bar; cilindrul pompei este reglată la valoare minimă, iar presiunea de lucru este 100 bar. Funcționarea sistemului e similară cu cea descrisă mai sus pentru figurile 1.15 și 1.16. Oricum, se observă că, comportarea dinamică este mai bună dacă presiunea de reglare a pompei scade.

Figura 1.21 arată presiunea de lucru p_L într-o buclă de control închisă. Referința este pretensionarea arcului supapei proporționale de control. Curba este liniară exceptând zona de joasă presiune. Plașa de reglare a presiunii de lucru este de la 20÷250 bar.

Oscilațiile sunt date de:

1. masa și arcul, sisteme dinamice din interiorul schemei de reglare (fig. 1.7), și
2. compresibilității lichidului și materialului conductei, acestea fiind atenuate de forța de frecare vâscoasă F_V și de atenuarea (amortizarea) introdusă prin orificii. Aceasta explică motivul folosirii metodei Runge-Kutta, care dă rezultate performante în cazul aplicării ei, în problemele în care avem de-a face cu oscilații ale sistemului studiat. Este adevărat că regimurile tranzitorii sunt însoțite de oscilații, acest lucru rezultând din cele prezentate mai sus.

Datele producătorului (figura 1.10) arată doar o mică parte a oscilațiilor posibile; de exemplu alegerea timpilor $t_{s\ out}$ și $t_{s\ in}$.

Deoarece oscilațiile de presiune și cele ale poziției pistoanelor (după alegerea timpilor) sunt atenuate într-un timp relativ scurt (performanțele sistemului nefiind în general afectate), aceste oscilații nu au fost luate în considerație în graficul constructorului.

În concluzie putem afirma în legătură cu exemplul de modelare și simulare prezentat, că principalele elemente care influențează presiunea de refulare sunt: supapa proporțională de control și suprafețele A_1 și A_2 ale pistoanelor cilindrului. Aceste arii influențează bucla închisă de control, și prin urmare reglajul final. Valoarea x_3 , care reprezintă deplasarea bobinei supapei proporționale de control, conduce la o diferență de presiune importantă pentru reglarea presiunii de lucru p_L . Reglarea este determinată

de pretensionarea x_{REF} a arcului supapei proporționale de control, care se opune mișcării datorate creșterii de presiune. Creșterea presiunii p_1 se datorează deplasării x_3 a bobinei supapei proporționale de control; (influențează de asemenea reglajul sistemului).

Condițiile de lucru sunt de maximă importanță pentru comportamentul dinamic, așa cum s-a arătat în figurile 1.19 și 1.20, unde acest comportament dinamic este îmbunătățit când presiunea de reglare scade.

NOTAȚII – Unități de măsură

- A – aria secțiunii (m^2)
- C – coeficientul de frecare a lui Columb (N)
- D – coeficientul de frecare vâscoasă (Ns/m)
- d – diametrul interior al conductei (m)
- E – modulul de elasticitate (N/m^2)
- e – grosimea peretelui conductei (m)
- F – forța (N)
- f – coeficient de frecare pe conductă –
- g – accelerația gravitațională (m/s^2)
- K – coeficient de elasticitate (N/m)
- L – lungimea conductei (m)
- m – masa (kg)
- n – coeficientul (rația) lui Poisson –
- p – presiunea (N/m^2)
- Q – debit (m^3/s)
- R – raza supapei de control și a conductei de evacuare (m)
- s – coeficient de curgere –
- t – timpul (s)
- V – volumul discret (m^3)
- v – viteza de curgere a uleiului (m/s)
- x – poziția pistonului (m)
- α - viteza undei de presiune (m/s)
- λ - valoare reală discretă (Ns/m^3)
- ρ - densitatea uleiului (kg/m^3)
- C_{Pi} – coeficientul de pierderi interne al pompei (m^5/Ns)
- C_Q – creșterea debitului pompei ($m^3/s/m$)
- C_{PiP} – coeficientul de pierderi interne dependent de presiune (m^5/Ns)
- f_A – coeficient de poziție dependent de forța de apăsare (N/m)
- k_A – coeficient de presiune dependent de forța de apăsare (m^2)
- x_R – poziția în care curgerea spre rezervor este întreruptă (m)
- x_{REF} – pretensionarea arcului bobinei supapei de control (m).

BIBLIOGRAFIE:

1. ***OPPELT W.*** **Tehnica reglării automate
New Jersey 1961**
2. ***GILLE J.G.*** **Teoria și calculul sistemelor de reglare automate
Ed. Tehnică, București 1966**
3. ***MAZILU I.
VIRGIL L.
DIMA P.*** **Sisteme hidraulice automate
Ed. Tehnică, București 1987**
4. ***VIRGIL M.
ALEXANDRU M.*** **Sisteme hidraulice automate
Ed. Tehnică, București 1987**
5. ***MERIN V.
MASCOVICI R.
TENESLAV D.*** **Sisteme hidraulice de acționare și reglare automată
Ed. Tehnică, București 1981**