

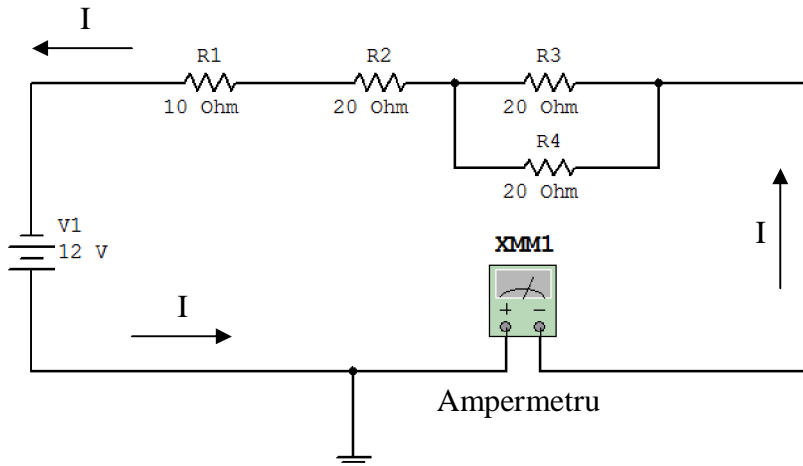
PROBLEME - CIRCUITE ELECTRICE

LEGEA LUI OHM

LEGILE LUI KIRCHHOFF

NIVEL : **Clasa a VIII-a**

PROBLEMA 01 / 08.05.2006



Se dau :

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 20 \Omega$$

$$R_3 = 20 \Omega$$

$$R_4 = 20 \Omega$$

$$V_1 = 12 \text{ V}$$

Se cer : Rezistența echivalentă
Intensitatea curentului

Rezolvare : Calculez rezistența $R_{34} = R_3 \parallel R_4$, și rezistența echivalentă serie $R_E \Rightarrow$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{20\Omega \cdot 20\Omega}{20\Omega + 20\Omega} = \frac{400\Omega^2}{40\Omega} = 10\Omega$$

$$R_E = R_1 + R_2 + R_{34} = 10\Omega + 20\Omega + 10\Omega = 40\Omega$$

$$U = R_E \cdot I$$

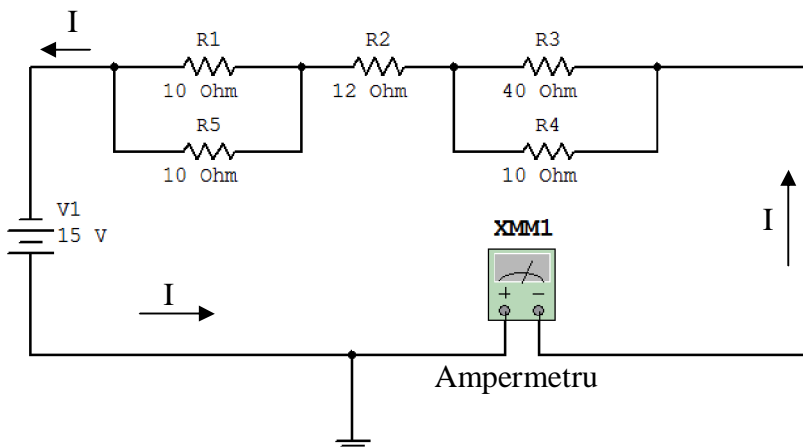
$$I = \frac{U}{R_E} = \frac{12\text{V}}{40\Omega} = \frac{3}{10} \text{ A} = 0,3\text{A} = 300\text{mA}$$

Soluția problemei :

$$R_E = 40 \Omega$$

$$I = 0,3 \text{ A}$$

PROBLEMA 02 / 08.05.2006



Se dau :

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 12 \Omega$$

$$R_3 = 40 \Omega$$

$$R_4 = 10 \Omega$$

$$R_5 = 10 \Omega$$

$$V_1 = 12 \text{ V}$$

Se cer : Rezistența echivalentă
Intensitatea curentului

Rezolvare : Calculez : $R_{15} = R_1 \parallel R_5$, $R_{34} = R_3 \parallel R_4$ și rezistența echivalentă serie $R_E \Rightarrow$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{40\Omega \cdot 10\Omega}{40\Omega + 10\Omega} = \frac{400\Omega^2}{50\Omega} = 8\Omega$$

$$R_{15} = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_5} = \frac{10\Omega \cdot 10\Omega}{10\Omega + 10\Omega} = \frac{100\Omega^2}{20\Omega} = 5\Omega$$

$$R_E = R_{15} + R_2 + R_{34} = 5\Omega + 12\Omega + 8\Omega = 25\Omega$$

$$U = R_E \cdot I$$

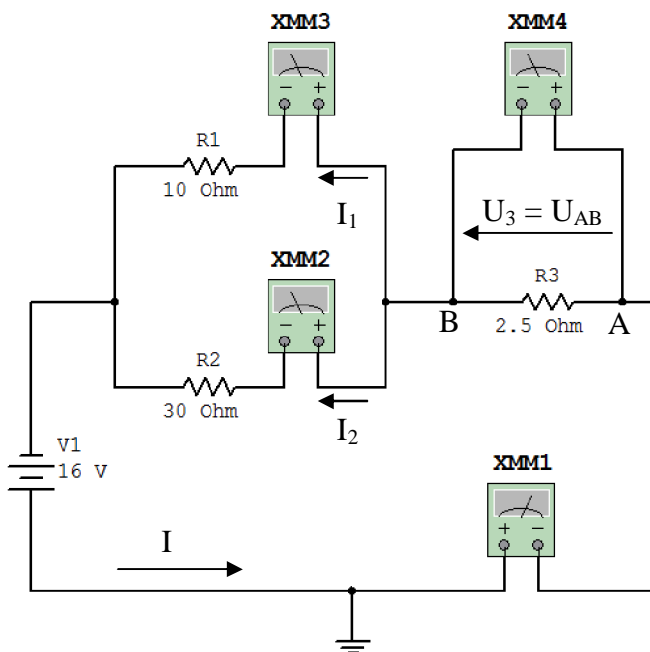
$$I = \frac{U}{R_E} = \frac{15V}{25\Omega} = \frac{3}{5} A = 0,6A = 600mA$$

Soluția problemei :

$$R_E = 25 \Omega$$

$$I = 0,6 A$$

PROBLEMA 03 / 09.05.2006



Se dau :

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 30 \Omega$$

$$R_3 = 2,5 \Omega$$

XMM1 = Ampermetru (I)

XMM2 = Ampermetru (I_2)

XMM3 = Ampermetru (I_1)

XMM4 = Voltmetru (U_3)

Se cer : I_1 , I_2 , U_3 , I ,

$$R_{12} , R_E$$

Rezolvare

$$\begin{cases} V1 = I \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2 \\ I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \text{ Sistem 3 ecuatii}$$

3 nec. (I, I_1 , I_2)

$$\begin{cases} 16 = 2,5 I + 30 I_2 \\ 10 I_1 = 30 I_2 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 = 2,5 (I_1 + I_2) + 30 I_2 \\ 10 I_1 = 30 I_2 \end{cases} \Rightarrow I_1 = 3 I_2$$

$$16 = 2,5 (3 I_2 + I_2) + 30 I_2$$

$$16 = 2,5 \cdot 4 I_2 + 30 I_2 \Rightarrow 16 = 40 I_2 \Rightarrow I_2 = 16 : 40 = 0,4 \Rightarrow I_2 = 0,4 A$$

$$I_1 = 3 I_2$$

$$I_1 = 3 \cdot 0,4 = 1,2 \quad I_1 = 1,2 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 1,2 + 0,4 = 1,6 \quad I = 1,6 \text{ A}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I = 2,5 \cdot 1,6 = 4 \quad U_3 = 4 \text{ V}$$

$$R_E = R_3 + R_{12} = R_3 + R_1 \parallel R_2 = 2,5 + 7,5 = 10 \Rightarrow R_E = 10 \Omega$$

Unde $R_1 \parallel R_2 = R_{12}$

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30} = \frac{300}{40} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$$

Solutia problemei :

$$I_1 = 1,2 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,4 \text{ A}$$

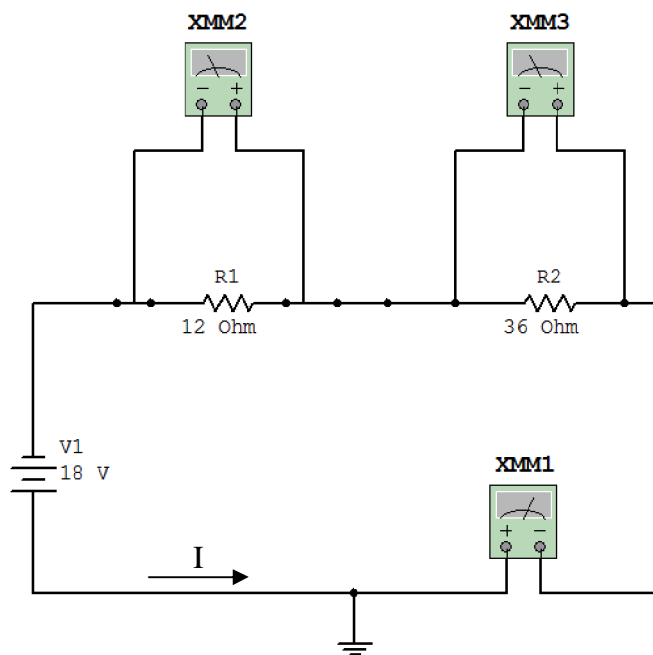
$$U_3 = 4 \text{ V}$$

$$I = 1,6 \text{ A}$$

$$R_{12} = 7,5 \Omega$$

$$R_E = 10 \Omega$$

PROBLEMA 04 / 10.05.2006



Se dau :

$$R_1 = 12 \Omega$$

$$R_2 = 36 \Omega$$

XMM1 = Ampermetru (I)

XMM2 = Voltmetru (U₁)

XMM3 = Voltmetru (U₂)

Se cer : U₁ , U₂ , I ,
R_E

Rezolvare

$$\begin{cases} V1 = (R_1 + R_2) I \\ U_1 = R_1 I \\ U_2 = R_2 I \end{cases}$$

$$18 = (12 + 36) I$$

$$18 = 48 I$$

$$I = 18 : 48 = 0,375$$

$$U_1 = R_1 I = 12 \cdot 0,375 = 4,5$$

$$U_2 = R_2 I = 36 \cdot 0,375 = 13,5$$

$$U_1 = 4,5 \text{ V}$$

$$U_2 = 13,5 \text{ V}$$

$$R_E = R_1 + R_2 = 12 + 36$$

$$R_E = 36 \Omega$$

Solutia problemei :

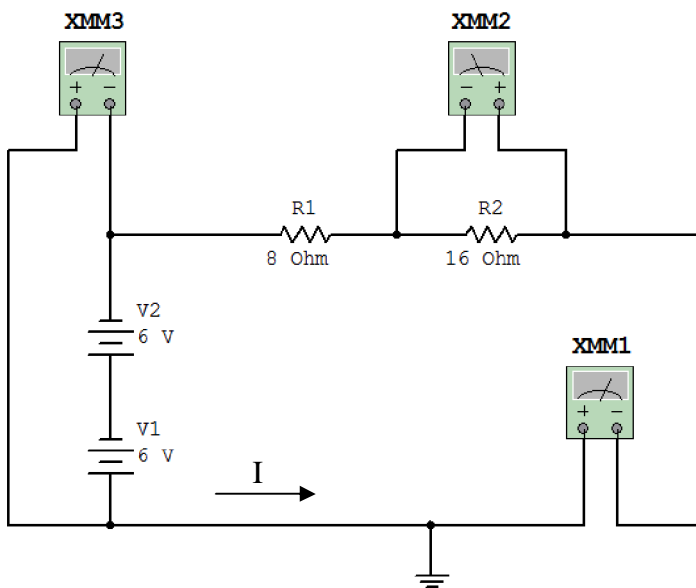
$$U_1 = 4,5 \text{ V}$$

$$U_2 = 13,5 \text{ V}$$

$$I = 0,375 \text{ A}$$

$$R_E = 48 \Omega$$

PROBLEMA 05 / 11.05.2006

Se dau :

$R_1 = 8 \Omega$

$R_2 = 16 \Omega$

XMM1 = Ampermetru (I)

XMM2 = Voltmetru (U_2)

XMM3 = Voltmetru (U)

Se cer : U , U_2 , I ,
 R_E **Rezolvare**

$$\begin{cases} U = V_1 + V_2 \\ U = (R_1 + R_2) I \\ U_1 = R_1 I \\ U_2 = R_2 I \end{cases}$$

$U = V_1 + V_2 = 6 + 6 = 12$

$U = 12 \text{ V}$

$U = (R_1 + R_2) I \quad I = 12 : (8 + 16) = 12 : 24 = 0,5$

$I = 0,5 \text{ A}$

$U_1 = R_1 I = 8 \cdot 0,5 = 4$

$U_1 = 4 \text{ V}$

$U_2 = R_2 I = 16 \cdot 0,5 = 8$

$U_2 = 8 \text{ V}$

XMM3 măsoară tensiunea la bornele bateriilor legate în serie. Tensiunile se adună.
Ansamblul de două rezistențe, legate în serie, formează un divizor de tensiune.

Solutia problemei :

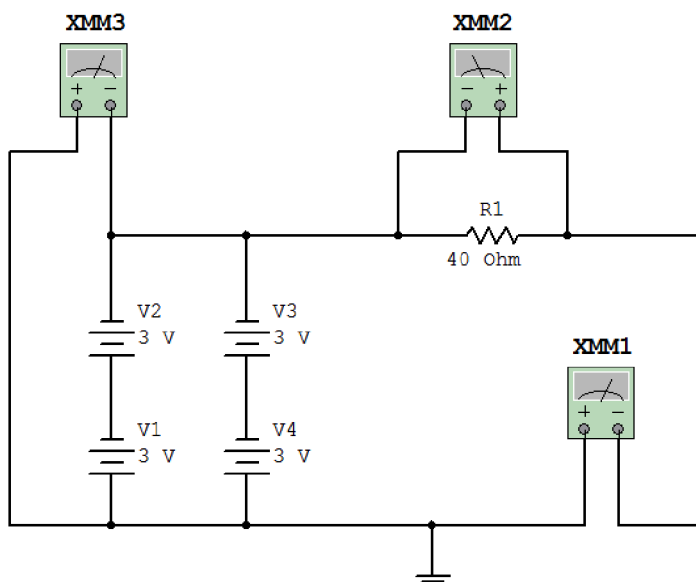
$U = 12 \text{ V}$

$U_2 = 8 \text{ V}$

$I = 0,5 \text{ A}$

$R_E = 24 \Omega$

PROBLEMA 06 / 11.05.2006

Se dau :

$R_1 = 8 \Omega$

$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = 3 \text{ V}$

XMM1 = Ampermetru (I)

XMM2 = Voltmetru (U_1)

XMM3 = Voltmetru (U)

Se cer : U , U_1 , I ,

Rezolvare

Ansamblul de 4 baterii sunt legate mixt.

Două câte două baterii sunt legate în serie și ambele serii sunt legate în paralel.

Tensiunea $U = 3V + 3V = 6V$ (tensiunea serie)

Dacă sunt legate două serii de baterii în paralel, atunci puterea sursei crește.

Condiția de funcționare corectă este aceea ca toate cele patru baterii să fie identice.

$$I = U : R = 3 : 40 = 0,075$$

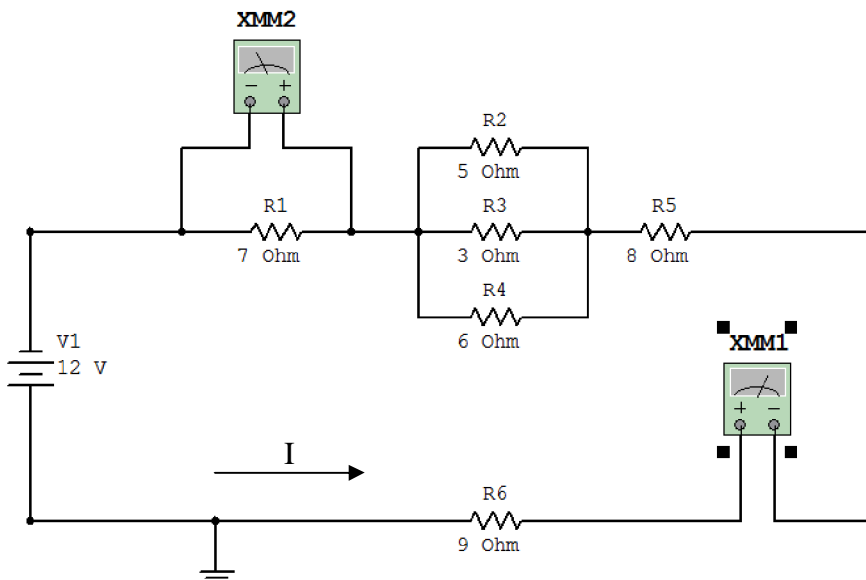
$$U_1 = U = 6$$

$$I = 0,075 \text{ A} = 75 \text{ mA}$$

$$U = 6V$$

$$U_1 = 6V$$

PROBLEMA 07 / 11.05.2006



Se dau :

$$R_1 = 7 \Omega$$

$$R_2 = 5 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega$$

$$R_4 = 6 \Omega$$

$$R_5 = 8 \Omega$$

$$R_6 = 9 \Omega$$

$$V_1 = 12V$$

XMM1 = Ampermetru (I)

XMM2 = Voltmetru (U_1)

Se cer : U_1 , I , R_E

Rezolvare

$$R_E = R_1 + (R_2 \parallel R_3 \parallel R_4) + R_5 + R_6 = R_1 + (R_{234}) + R_5 + R_6$$

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 R_3 + R_4 R_3 + R_4 R_2}{R_4 R_2 R_3} = \frac{5 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 5}{6 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{15 + 18 + 30}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10}$$

$$R_{234} = 10 : 7 = 1,428$$

$$R_{234} = 1,428 \Omega$$

$$R_E = 7 + 1,428 + 8 + 9 = 25,428$$

$$R_E = 25,428 \Omega$$

$$I = U : R_E = 12 : 25,428 = 0,472$$

$$I = 0,472 \text{ A}$$

$$U_1 = 7 \cdot 0,472 = 3,3$$

$$U_1 = 3,3 \text{ V}$$

Obs. Rezistența echivalentă paralel : R_{234} este mai mică decât oricare din rezistențele R_2 , R_3 , R_4 .

PROBLEMA 08 / 12.05.2006

Care este intensitatea curentului electric (I) care trece printr-un reostat cu rezistența variabilă între $5 - 20 \Omega$ [în trepte de 5Ω], dacă la bornele lui se aplică o tensiune de 100 V ?

Rezolvare

$$U = R \cdot I$$

$$I = U : R$$

Poziție	Rezistență [Ω]	Tensiune [V]	Intensitate [A]
1	5	100	20
2	10	100	10
3	15	100	6,67
4	20	100	5

PROBLEMA 09 / 12.05.2006

Tensiunea electromotoare a unui element este de 2V . Rezistența exterioară a circuitului este de $1,14\Omega$. Care este intensitatea curentului electric prin circuit dacă rezistența interioară e sursei este de $0,4\Omega$?

Rezolvare

$$E = R_T \cdot I$$

$$E = (R + r) I$$

$$I = E : (R + r)$$

$$I = 2\text{V} : (1,14 \Omega + 0,4 \Omega) = 2\text{V} : 1,54 \Omega = 2,298 \text{ A} \approx 2,3 \text{ A}$$

$$\text{Soluție : } I = 2,3 \text{ A}$$

PROBLEMA 10 / 12.05.2006

Un acumulator are rezistența interioară de $0,05 \Omega$. Este conectat într-un circuit cu o rezistență de $4,1\Omega$. Curentul se citește cu un ampermetru care indică $I = 0,48 \text{ A}$.

Care este tensiunea de la bornele acumulatorului, și tensiunea electromotoare ?

Rezolvare

$$E = U + r I = R I + r I = (R + r) I$$

$$U = R I = 4,1 \Omega \cdot 0,48 \text{ A} = 1,968 \text{ V}$$

$$E = U + r I = 1,968 \text{ V} + 0,05 \Omega \cdot 0,48 \text{ A} = 1,968 \text{ V} + 0,024 \text{ V} = 1,992 \text{ V}$$

$$\text{Soluție : } U = 1,968 \text{ V}, \quad E = 1,992 \text{ V}$$

PROBLEMA 11 / 12.05.2006

Care este intensitatea unui curent electric care trece printr-un circuit dacă $R = 2,41\Omega$, $r = 0,23\Omega$, $E = 10V, 20V, 30V, \dots, 100V$?

Rezolvare

$$I = E : (R + r)$$

Nr.	[E] = V	[R] = Ω	[r] = Ω	[I] = A
1	10	2,41	0,23	10:2,64= 3,78
2	20	2,41	0,23	20:2,64= 7,56
3	30	2,41	0,23	30:2,64= 11,36
4	40	2,41	0,23	40:2,64= 15,15
5	50	2,41	0,23	50:2,64= 18,94
6	60	2,41	0,23	60:2,64=22,73
7	70	2,41	0,23	70:2,64= 26,52
8	80	2,41	0,23	80:2,64= 30,31
9	90	2,41	0,23	90:2,64= 34,01
10	100	2,41	0,23	100:2,64=37,80

Soluție $I = \{ 3,78; 7,56; 11,36; 15,15; 18,94; 22,73; 26,52; 30,31; 34,01; 37,80 \}$ A

PROBLEMA 12 / 12.05.2006

Rezistența exterioară a unui circuit este formată dintr-un fir cu diametrul de 1,5mm.

Generatorul de tensiune electromotoare de 10V cu $r = 0,2\Omega$ debitează în circuit un curent de $I=2A$. Să se calculeze tensiunea la bornele generatorului și lungimea firului din care este confecționat rezistorul, dacă $\rho = 10 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

Rezolvare

$$d = 1,5\text{mm} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$S = \pi d^2 : 4 = \pi \cdot 2,25 \cdot 10^{-6} : 4 \text{ m}^2$$

$$E = U + rI = RI + rI \Rightarrow RI = E - rI \quad R = (E - rI) : I$$

$$R = \rho L : S$$

$$L = RS : \rho$$

L = lungimea firului, S = aria suprafeței transversale, d = diametrul secțiunii.

ρ = rezistivitatea conductorului

R = rezistența exterioară a circuitului

r = rezistența internă a sursei

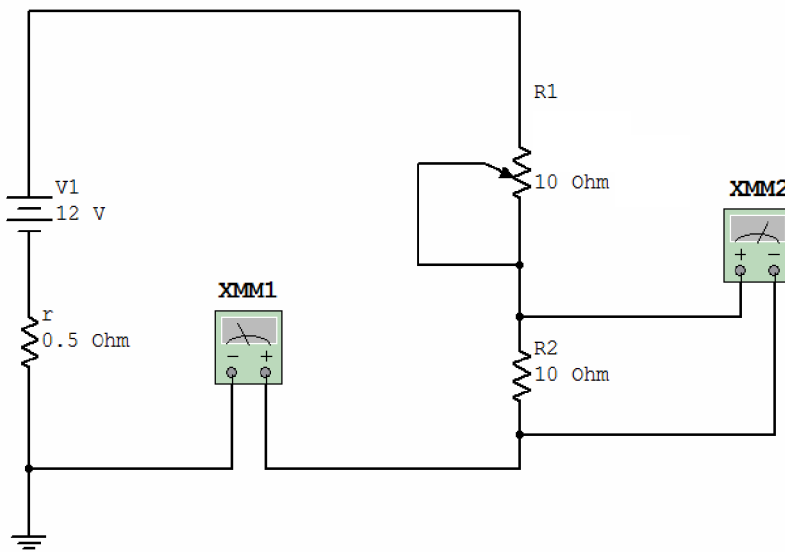
$$R = (E - rI) : I = (10 - 0,2 \cdot 2) : 2 = 9,6 : 2 = 4,8$$

$$R = 4,8 \Omega$$

$$L = RS : \rho = 4,8 \cdot (\pi \cdot 0,5625 \cdot 10^{-6}) : 10 \cdot 10^{-8} = 4,8 \cdot \pi \cdot 0,5625 \cdot 10^1 = 84,85$$

Soluție : $R = 4,8 \Omega$; $L = 84,85 \text{ m}$

PROBLEMA 13 / 12.05.2006



Se dau :

$$R_1 = 1 \Omega \div 10 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$V1 = 12 \text{ V}$$

XMM1 = Ampermetru

XMM2 = Voltmetru

Se cer valorile lui I prin circuit dacă rezistența r internă a sursei este de $0,5 \Omega$, atunci când R_1 variază de la $1 \Omega \div 10 \Omega$.

$$E = (R_1 + R_2 + r)I$$

$$I = E : (R_1 + R_2 + r) = 12 : (R_1 + 10 + 0,5) = 12 : (R_1 + 10,5)$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 10 I$$

Nr.	E [V]	R_1 [Ω]	$U_2 = IR_2$ [V]	r [Ω]	I [A]
1	12	1	10,50	0,5	$12 : (1 + 10,5) = 1,050$
2	12	2	9,60	0,5	$12 : (2 + 10,5) = 0,960$
3	12	3	8,80	0,5	$12 : (3 + 10,5) = 0,880$
4	12	4	8,30	0,5	$12 : (4 + 10,5) = 0,830$
5	12	5	7,70	0,5	$12 : (5 + 10,5) = 0,770$
6	12	6	7,20	0,5	$12 : (6 + 10,5) = 0,720$
7	12	7	6,80	0,5	$12 : (7 + 10,5) = 0,680$
8	12	8	6,50	0,5	$12 : (8 + 10,5) = 0,650$
9	12	9	6,10	0,5	$12 : (9 + 10,5) = 0,610$
10	12	10	5,80	0,5	$12 : (10 + 10,5) = 0,580$

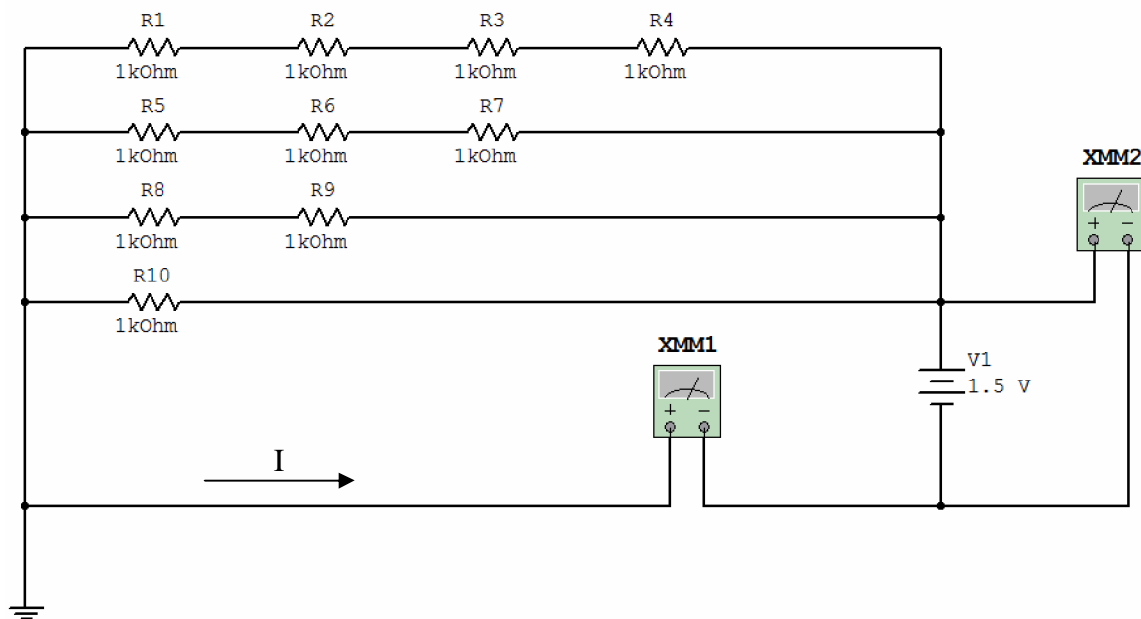
La variația în trepte de 1Ω a rezistenței R_1 de la 1Ω la valoarea maximă de 10Ω , curentul I variază de la valoarea maximă $I_{\max} = 1,050 \text{ A}$ până la valoarea minimă de $0,580 \text{ A}$, conform tabelului de mai sus. Elementul R_1 permite ca unei variații de rezistență să îi corespundă o variație de tensiune la bornele lui R_2 , variație pusă în evidență de voltmetrul XMM2

Solutia :

$$I = \{ 1,05; 0,96; 0,88; 0,83; 0,77; 0,72; 0,68; 0,65; 0,61; 0,58; \} \text{ A}$$

$$U_2 = \{ 10,5; 9,60; 8,80; 8,30; 7,70; 7,20; 6,80; 6,50; 6,10; 5,80 \} \text{ V}$$

PROBLEMA 14 / 12.05.2006



Se dau : $R_1 = R_2 = \dots = R_{10} = 1 \text{ k}\Omega$

$V_1 = 1,5 \text{ V}$

Se cer : $I, R_E.$

Rezolvare

$$R_A = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

Serie de 4 rezistori

$$R_B = R_5 + R_6 + R_7$$

Serie de 3 rezistori

$$R_C = R_8 + R_9$$

Serie de 2 rezistori

$$R_E = R_A \parallel R_B \parallel R_C \parallel R_{10}$$

Paralel de 4 rezistori echivalenți

$$R_A = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_B = R_5 + R_6 + R_7 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_C = R_8 + R_9 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{10} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = R_A \parallel R_B \parallel R_C \parallel R_{10} = >$$

$$(R_E)^{-1} = 4^{-1} + 3^{-1} + 2^{-1} + 1^{-1} = >$$

$$R_E = 12 : 25 = 0,48$$

$$R_E = 0,48 \text{ k}\Omega = 480 \Omega$$

$$I = 1,5 : 480 = 0,003125 \text{ A}$$

$$I = 0,003125 \text{ A} = 3,125 \text{ mA}$$

Soluție : $(I, R_E) = (3,125 \text{ mA}, 0,480 \text{ k}\Omega)$

PROBLEMA 15 / 12.05.2006

Dacă se cunosc lungimea firului din care este confecționat un rezistor, diametrul firului și rezistivitatea ρ , să se calculeze curentul I care se stabilește prin circuitul electric format din acest rezistor conectat la sursa ($E = 1,2V$; $r = 0,5\Omega$) de curent continuu (acumulator).
 $L = 100m$, $d = 0,5mm$, $\rho = 10 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

$$d = 0,5 \text{ mm} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Rezolvare

$$E = (R + r) I$$

$$R = \rho L : S$$

$$S = \pi d^2 : 4$$

$$I = E : (R + r)$$

$$S = 3,14 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6} : 4 = 0,1964 \cdot 10^{-6}$$

$$R = 10^{-7} \cdot 100 : 0,1964 \cdot 10^{-6} = 1,964$$

$$S = 0,1964 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$R = 1,964 \Omega$$

$$I = 1,2 : (1,964 + 0,5) = 1,2 : 2,464 = 0,487A$$

$$I = 0,487 \text{ A} = 487 \text{ mA.}$$

Soluție $I = 487 \text{ mA}$

PROBLEMA 16 / 12.05.2006

Dacă se crește tensiunea E a unei surse de energie electrică de două ori, iar rezistența exterioară se micșorează tot de două ori, să se specifice în ce raport se vor găsi cei doi curenți I_1 și I_2 . Se cunoaște că $r = R_1 : 10$

$$E_1 = (R_1 + R_1 : 10) I_1$$

$$E_2 = (R_2 + R_1 : 10) I_2$$

$$E_1 = (R_1 + R_1 : 10) I_1 = I_1 R_1 \cdot 1,1$$

$$2 \cdot E_1 = (R_1 : 2 + R_1 : 10) I_2 = I_2 \cdot R_1 \cdot 0,6$$

$$I_1 = E_1 : (1,1 \cdot R_1)$$

$$I_2 = (2 \cdot E_1) : (0,6 \cdot R_1)$$

$$1,1 : 0,6 = 1,83$$

$$I_2 : I_1 = 2 \cdot 1,83 = 3,67$$

Deci intensitatea curentului crește de 3,67 ori.

Soluție : $[I_2 : I_1] = 3,67$

PROBLEMA 17 / 12.05.2006

Într-un sistem de coordonate $I - U$, reprezentați grafic relația $E = (R + r) I$. Ce reprezintă punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate ?

Rezolvare

$$E = (R + r) I$$

$$E = R I + r I$$

$$U = R I$$

$$E = U + r I$$

$$U = E - r I$$

$$U = f(I) = y$$

$$f(I) = E - r I$$

$$I = x$$

$$f(x) = E - r x$$

Valoarea pe axa ordonatei

Valoarea pe axa absciselor

$$f(x) = -r x + E \quad r, E \in \mathfrak{R}$$

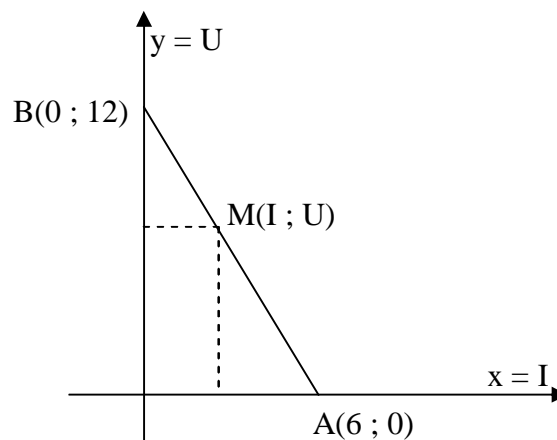
Funcția este de forma $a x + b$, funcție de gradul întâi
graficul este o dreaptă, în sistemul xOy , ceea ce revine, în cazul nostru, în sistemul $IOU \Rightarrow$

Aplicație :

$$f(x) = -2 x + 12$$

$$f(I) = -2 I + 12$$

$$U = f(I)$$



$$\begin{aligned} Gf \cap Ox &\Rightarrow -2x + 12 = 0 &\Rightarrow x = 6 & A(6; 0) \\ Gf \cap Oy &\Rightarrow x = 0 &\Rightarrow y = 12 & B(0; 12) \end{aligned}$$

Punctul A reprezintă punctul pentru care	$I = I_{\max}$	$R = 0 \Rightarrow$	Scurt-circuit
Punctul B reprezintă punctul pentru care	$I = 0$	$R = \infty \Rightarrow$	Circuit deschis
Punctul M reprezintă un punct oarecare	$I = I$	$R = R$	$U = RI = -2I + 12$

Pentru diferite valori ale R se vor obține diferite puncte pe dreapta AB

Un alt caz particular se obține pentru $R = r \Rightarrow$ Se spune că generatorul transferă putere maximă în exterior : $P = UI$
(se va studia în liceu)

PROBLEMA 18 / 13.05.2006

Intensitatea curentului de scurt-circuit pentru o sursă cu $E = 24\text{V}$ este $I_{sc} = 80\text{A}$. Care trebuie să fie rezistența R a circuitului exterior, pentru a obține prin aceasta un curent de $I = 2\text{A}$?

Rezolvare

$$E = (R + r) I$$

$$E = R I + r I$$

$$U = R I = 0 \quad R = 0$$

$$E = r I_{sc} \quad I_{sc} = E : r = 80 \quad E = 24 \quad \Rightarrow r = 24 \text{ V} : 80 \text{ A} = 0,3\Omega$$

$$E = (R + 0,3) I \quad \text{cu} \quad I = 2\text{A}$$

$$24 = (R + 0,3) \cdot 2$$

$$24 = 2 R + 0,6$$

$$24 - 0,6 = 2 R$$

$$23,4 = 2 R$$

$$R = 23,4 : 2 = 11,7 \quad \Rightarrow \quad R = 11,7 \Omega$$

Soluție $R = 11,7 \Omega$

PROBLEMA 19 / 13.05.2006

Să se calculeze tensiunea U la bornele unei surse , dacă se cunoaște tensiunea electromotoare a sursei $E = 1,5\text{V}$, rezistența interioară $r = 0,4 \Omega$ și rezistența circuitului exterior $R = 1,6 \Omega$. Care este puterea transferată de sursă în exterior ?

Rezolvare

$$E = (R + r) I$$

$$E = R I + r I = U + r I$$

$$U = R I$$

$$P = U I = R I I = R I^2$$

$$I = E : (R + r)$$

$$I = 1,5 \text{ V} : (1,6 \Omega + 0,4 \Omega) = 1,5 \text{ V} : 2 \Omega = 0,75 \text{ A}$$

$$U = R I = 1,6 \Omega \cdot 0,75 \text{ A} = 1,2 \text{ V}$$

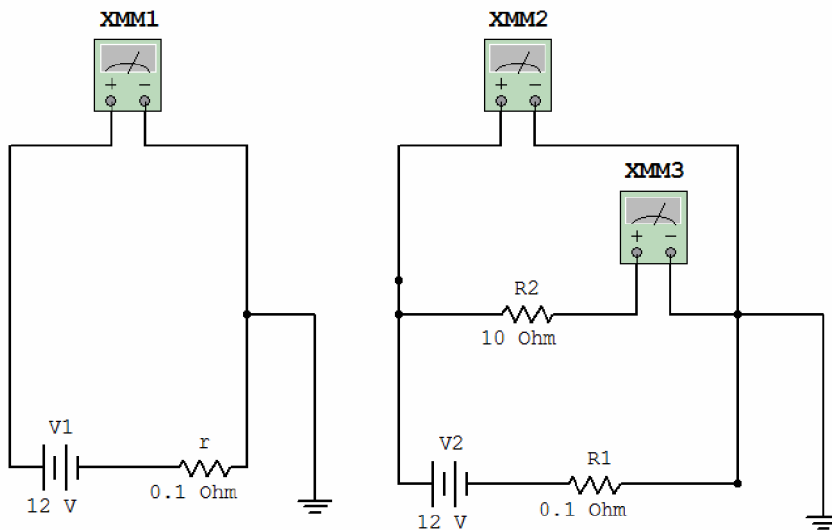
$$P = U I$$

$$P = 1,2 \text{ V} \cdot 0,75 \text{ A} = 0,9 \text{ W}$$

Soluție $(I, P) = (0,75 \text{ A} ; 0,9 \text{ W})$

PROBLEMA 20 / 13.05.2006

Pentru o baterie obișnuită, pentru alimentarea unui aparat electronic portabil, cum se poate măsura valoarea tensiunii electromotoare E și a rezistenței interioare r ?

**Rezolvare**

Cu un voltmetru se măsoară direct tensiunea la bornele bateriei și se obține $E = 12V$ (curentul prin voltmetru este foarte mic și de aceea căderea de tensiune pe r este \ll).

Pentru măsurarea parametrului r , se procedează astfel : se conectează un rezistor de valoare cunoscută în circuit în serie cu un ampermetru XMM3, $\Rightarrow I = 1,188 A$

Cunosc $E = 12 V$ și $r = 0,1 \Omega$. Pentru valoarea cunoscută a rezistorului $R = 10 \Omega \Rightarrow$

$$E = (R + r) I$$

$$12 = R I + r I$$

$$12 = 10 \cdot 1,188 + 1,188 r$$

$$12 - 10 \cdot 1,188 = 1,188 r$$

$$12 - 11,88 = 1,188 r \quad r = 0,120 : 1,188 = 0,100 \quad r = 0,100 \Omega$$

$$\text{Soluție } (E ; r) = (12V ; 0,100 \Omega)$$

PROBLEMA 21 / 13.05.2006

Să se calculeze E, r ale unei surse de curent continuu, dacă pentru $R_1 = 10\Omega$ se măsoară curentul $I_1 = 1,14 A$, iar pentru curentul $R_1 = 12\Omega$ se măsoară curentul $I_2 = 0,96 A$.

Rezolvare

$$E = (R + r) I$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E = (10 + r) \cdot 1,14 \\ E = (12 + r) \cdot 0,96 \end{array} \right.$$

scriu această ecuație în cele două cazuri \Rightarrow

Două ecuații cu două necunoscute : $E, r \Rightarrow$

Egalez cele două relații :

$$10 \cdot 1,14 + 1,14 r = 12 \cdot 0,96 + 0,96 r$$

$$1,14 r - 0,96 r = 12 \cdot 0,96 - 10 \cdot 1,14$$

$$0,18 r = 11,52 - 11,40$$

$$0,18 r = 0,12$$

$$1,8 r = 1,2$$

$$r = 1,2 : 1,8 = 0,67$$

$$r = 0,67 \Omega$$

$$E = (10 + 0,67) \cdot 1,14$$

$$E = 10,67 \cdot 1,14 = 12,16 \text{ V}$$

$$E = 12,16 \text{ V}$$

Soluție : (E, r) = (12,16 V ; 0,67 Ω)

PROBLEMA 22 / 13.05.2006

Fie un circuit electric format din două surse de energie electrică :

$$E_1 = 12 \text{ V și } r_1 = 0,2 \Omega$$

$$E_2 = 10 \text{ V și } r_2 = 0,1 \Omega$$

și din trei rezistori cu aceeași rezistență R_x , grupați unul în serie cu ceilalți doi în paralel.

Sursele sunt legate în serie la bornele circuitului exterior.

Dacă se măsoară $I = 0,45 \text{ A}$, determinați valoarea rezistenței R_x .

Rezolvare

$$E_1 + E_2 = (R_x + R_x \parallel R_x + r_1 + r_2) I$$

$$R_x \parallel R_x = R_x^2 : (R_x + R_x) = R_x^2 : (2 \cdot R_x) = R_x : 2$$

$$E_1 + E_2 = (R_x + R_x : 2 + r_1 + r_2) I = (3 R_x : 2) I + 0,3 I = (3 R_x : 2) \cdot 0,45 + 0,3 \cdot 0,45$$

$$22 = (3 R_x : 2) \cdot 0,45 + 0,3 \cdot 0,45$$

$$\text{Notez : } (3 R_x : 2) = y$$

$$22 - 0,3 \cdot 0,45 = 0,45 y$$

$$22 - 0,135 = 0,45 y$$

$$21,865 = 0,45 y$$

$$y = 21,865 : 0,45 = 47,7$$

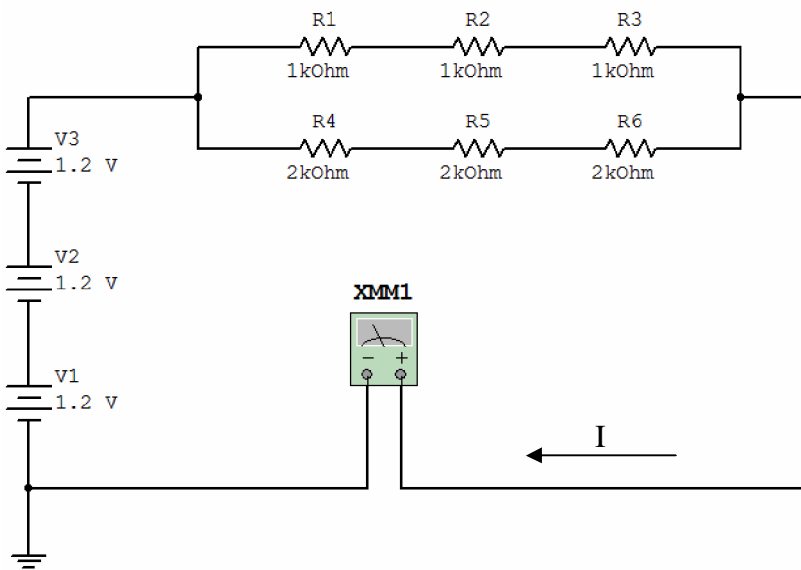
$$3 R_x : 2 = y$$

$$3 R_x : 2 = 47,7$$

$$R_x = 31,8 \Omega$$

Soluție $R_x = 31,8 \Omega$

PROBLEMA 23 / 14.05.2006



Se dau :

$$R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = R_5 = R_6 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 1,2 \text{ V}$$

XMM1 = Ampermetru

Se cer : R_E , I**Rezolvare**

$$E = R_E I$$

$$R_E = (R_1 + R_2 + R_3) \parallel (R_4 + R_5 + R_6)$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 + R_5 + R_6 = 6 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = (3 \cdot 6) : (3 + 6) = 18 : 9 = 2$$

$$R_E = 2 \text{ k}\Omega = 2000 \Omega$$

$$E_{\text{serie}} = V_1 + V_2 + V_3 = 3,6 \text{ V}$$

$$3,6 = 2000 I$$

$$I = 3,6 : 2000 = 0,0018 \text{ A} = 1,8 \text{ mA}$$

Soluție : I = 1,8 mA

PROBLEMA 24 / 14.05.2006

Calculați diametrul secțiunii unui cablu electric cu $\rho = 10 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ de lungime $L = 29 \text{ m}$ și de rezistență electrică $R = 2,5 \Omega$.

Rezolvare

$$R = \rho L : S = \rho L : (\pi d^2 : 4)$$

$$2,5 = 10 \cdot 10^{-8} \cdot 29 : (3,14 \cdot d^2 : 4)$$

$$2,5 = 10^{-7} \cdot 29 : y$$

$$\text{Notez : } (3,14 \cdot d^2 : 4) = y$$

$$y = (10^{-7} \cdot 29) : 2,5 = 11,6 \cdot 10^{-7}$$

$$d = 1,22 \cdot 10^{-3} = 1,22 \text{ mm}$$

$$11,6 \cdot 10^{-7} \cdot 4 = 3,14 \cdot d^2$$

$$d^2 = 1,477 \cdot 10^{-6}$$

Soluție : d = 1,22 mm

PROBLEMA 25 / 14.05.2006

Determinați tensiunile pe fiecare din rezistorii R_1 , R_2 , R_3 conectați în serie la bornele unui acumulator cu $E = 9 \text{ V}$ și $r = 0,2 \Omega$, dacă $R_1 = R_2 + R_3$, $R_2 = 2 \cdot R_3$ și $R_3 = 2 \cdot R_1$.

Rezolvare

$$R_1 = R_2 + R_3$$

$$R_2 = 2 \cdot R_3$$

$$R_3 = 2 - R_1$$

$$R_1 = 2 \cdot R_3 + R_3 = 3 \cdot R_3 \Rightarrow$$

$$R_1 = 3(2 - R_1) = 6 - 3R_1$$

$$4R_1 = 6$$

$$R_1 = 1,5 \Omega$$

$$R_3 = 2 - R_1 = 2 - 1,5 = 0,5$$

$$R_3 = 0,5 \Omega$$

$$R_2 = 2 \cdot R_3 = 2 \cdot 0,5 = 1$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

Deci $R_1 = 1,5 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 0,5 \Omega$

$$E = (R_1 + R_2 + R_3 + r) I$$

$$9 = (1,5 + 1 + 0,5 + 0,2) I$$

$$9 = 3,2 I$$

$$I = 9 : 3,2 = 2,81$$

$$I = 2,81 \text{ A}$$

Notez cu U_1 , U_2 , U_3 tensiunile pe rezistorii R_1 , R_2 , $R_3 \Rightarrow$

$$U_1 = R_1 \cdot I = 1,5 \Omega \cdot 2,81 \text{ A} = 4,215 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 1,0 \Omega \cdot 2,81 \text{ A} = 2,810 \text{ V}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I = 0,5 \Omega \cdot 2,81 \text{ A} = 1,405 \text{ V}$$

$$\text{Verificare } U_1 + U_2 + U_3 = 4,215 \text{ V} + 2,810 \text{ V} + 1,405 \text{ V} = 8,430 \text{ V}$$

$$u = r I = 0,2 \Omega \cdot 2,81 \text{ A} = 0,570 \text{ V}$$

$$E = U_1 + U_2 + U_3 + u = 8,430 \text{ V} + 0,570 \text{ V} = 9 \text{ V} \quad (\text{A})$$

PROBLEMA 26 / 14.05.2006

Calculați curentul I_k pentru cazurile: $R_k = k \cdot r$ $k = 0, 1, 2, 3$, dacă $E = 6 \text{ V}$, $r = 0,5 \Omega$.

Calculați în fiecare caz în parte puterea disipată pe R , cu formula $P_k = U_{Rk} \cdot I_k$.

Rezolvare

$$I_k = E : (k \cdot r + r) = E : [(k+1)r]$$

$k = 0$	$R_0 = 0$	$I_0 = 6 \text{ V} : 0,5 \Omega = 12 \text{ A}$	$U_{R0} = 0$	$P_0 = 0$
$k = 1$	$R_1 = 0,5 \Omega$	$I_1 = 6 \text{ V} : 1,0 \Omega = 6 \text{ A}$	$U_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 3 \text{ V}$	$P_1 = 18 \text{ W}$
$k = 2$	$R_2 = 1,0 \Omega$	$I_2 = 6 \text{ V} : 1,5 \Omega = 4 \text{ A}$	$U_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 4 \text{ V}$	$P_2 = 16 \text{ W}$
$k = 3$	$R_3 = 1,5 \Omega$	$I_3 = 6 \text{ V} : 2,0 \Omega = 3 \text{ A}$	$U_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 4,5 \text{ V}$	$P_3 = 13,5 \text{ W}$

Puterea maximă disipată pe R are loc pentru valoarea $R = r = 0,5 \Omega$

PROBLEMA 27 / 15.05.2006

Energia curentului electric consumată într-un anumit timp este dată de formula $W = U I t$, unde U este tensiunea de alimentare a consumatorului, I este curentul care circulă prin acesta, iar t este timpul cât este menținut în circuitul electric elementul respectiv.

Dacă se cunosc $E = 24 \text{ V}$, $r = 0,3 \Omega$ și $R = R_1 \parallel R_2$, cu $R_1 = 2 \cdot R_2$ și $R_2 = 5 - R_1$

Se cere să se calculeze energia consumată de elementele externe sursei timp de 60 secunde.

Rezolvare

$$R_1 = 2 \cdot R_2$$

$$R_2 = 5 - R_1$$

$$R_1 = 2 \cdot R_2 = 2 (5 - R_1) = 10 - 2 \cdot R_1$$

$$3 \cdot R_1 = 10$$

$$R_1 = 3,33 \Omega \quad \text{și} \quad R_2 = 1,67 \Omega$$

$$R = R_1 \parallel R_2 = (3,33 \cdot 1,67) : (3,33 + 1,67) = 1,12$$

$$R = 1,12 \Omega$$

$$P = U I$$

$$[P] = [U] [I] = \text{V A} = \text{watt}$$

$$W = U I t$$

$$W = P t$$

$$[W] = \text{watt} \cdot \text{s} = \text{joule} \quad \text{Deci: } 1 \text{ joule} = 1 \text{ watt} \cdot 1 \text{ s}$$

$$E = (R + r) I$$

$$I = E : (R_1 \parallel R_2 + r)$$

$$I = 24 : (1,12 + 0,3) = 24 : 1,42 = 16,9$$

$$I = 16,9 \text{ A}$$

$$U = R I = 1,12 \Omega \cdot 16,9 \text{ A} = 18,9 \text{ V}$$

$$W = U I t = 18,9 \text{ V} \cdot 16,9 \text{ A} \cdot 60 \text{ s} = 19000 \text{ J} = 19 \text{ kJ} \approx 20 \text{ kJ}$$

Soluție $W = 20 \text{ kJ}$

PROBLEMA 28 / 15.05.2006

Calculați timpul necesar menținerii rezistorului $R = 25 \Omega$ în circuitul electric cu $E = 12 \text{ V}$, $r = 0,2 \Omega$, pentru a consuma 1000 J .

Rezolvare

$$W = U I t$$

$$U = R I$$

$$I = E : (R + r) = 12 : (25 + 0,2) = 0,476$$

$$U = 25 \Omega \cdot 0,476 \text{ A} = 11,9 \text{ V}$$

$$t = W : (U I) = 1000 \text{ J} : (11,9 \text{ V} \cdot 0,476 \text{ A}) = 1000 \text{ J} : 5,67 \text{ watt} = 176 \text{ s} = 2 \text{ min } 56 \text{ s}$$

Soluție $t = 2 \text{ min } 56 \text{ s}$

PROBLEMA 29 / 15.05.2006

Rezistența $R_a \ll$ (foarte mică) pentru *Ampermetru*, pentru a nu introduce în circuit o rezistență care să modifice curentul total absorbit de la sursă.

Se cere să se estimeze eroarea de măsurare dacă se consideră inițial că $R_a = 0$, apoi în același circuit $R_a = 0,1 \Omega$.

Circuitul este format din $E = 12 \text{ V}$, $r = 0,1 \Omega$, $R = 5 \Omega$ și ampermetrul în serie în circuit.

$$(1) \quad I_1 = E : (R + r) = 12 \text{ V} : (5 \Omega + 0,1 \Omega) = 2,35 \text{ A}$$

$$(2) \quad I_2 = E : (R + r + R_a) = 12 : (5 \Omega + 0,1 \Omega + 0,1 \Omega) = 2,30 \text{ A}$$

$$\text{Eroare este de } I_1 - I_2 = 2,35 \text{ A} - 2,30 \text{ A} = 0,05 \text{ A}$$

$$2,35 \text{ A} \dots\dots\dots 100 \%$$

$$0,05 \text{ A} \dots\dots\dots x \%$$

$$x = (100 \% \cdot 0,05) : 2,35 = 2,12 \%$$

Deci eroarea este de aproximativ 2,12 % dacă nu se ține seama de $R_a = 0,1 \Omega$.

În general se admit erori de măsurare sub 5 % la montajele de uz didactic.

PROBLEMA 30 / 15.05.2006

Condițiile de măsurare a tensiunii electrice cu *Voltmetrul* cer ca acest aparat să aibă o rezistență proprie $R_v \gg$ (foarte mare) pentru a nu influența măsurătorile.

Se cere să se estimeze eroarea de măsurare dacă se consideră inițial că $R_v = \infty$, apoi în același circuit $R_a = 10000 \Omega$.

Circuitul este format din $E = 12 \text{ V}$, $r = 0,5 \Omega$, $R = 80 \Omega$ și voltmetrul în paralel pe R în circuit.

$$R_E = R \parallel R_v = (80 \Omega \cdot 10000 \Omega) : (10080 \Omega) = 800000 \Omega^2 : 10080 \Omega = 79,36 \Omega$$

$$R_E = 79,36 \Omega$$

$$(1) \quad I_1 = E : (R + r) = 12 \text{ V} : (80 \Omega + 0,5 \Omega) = 0,149 \text{ A}$$

$$(2) \quad I_2 = E : (R_E + r) = 12 \text{ V} : (79,36 \Omega + 0,5 \Omega) = 0,150 \text{ A}$$

$$U_1 = R I_1 = 80 \Omega \cdot 0,149 \text{ A} = 11,92 \text{ V}$$

$$U_2 = R I_2 = 79,36 \Omega \cdot 0,150 \text{ A} = 11,90 \text{ V}$$

$$11,92 \text{ V} \dots\dots\dots 100 \%$$

$$0,02 \text{ V} \dots\dots\dots x \%$$

$$x = (100 \% \cdot 0,02) : 11,92 = 0,16 \%$$

Soluție : Eroarea de măsurare cu voltmetrul $\varepsilon = 0,16 \%$

PROBLEMA 31 / 15.05.2006

Dacă puterea electrică la bornele unui rezistor este de 52w, în condițiile alimentării acestuia de la o sursă cu $E = 15 \text{ V}$ și rezistența internă $r = 0,5 \Omega$, calculați intensitatea curentului prin acest circuit electric .

Rezolvare

$$P = U I$$

$$E = (R + r) I$$

$$U = R I$$

$$E = R I + r I = U + r I$$

$$U = P : I$$

$$E = P : I + r I$$

$$15 = 52 : I + 0,5 I \quad \text{ecuație cu necunoscuta } I$$

$$15 I = 52 + 0,5 I^2 \quad \text{ecuație de gradul 2 în } I$$

$$0,5 I^2 - 15 I + 52 = 0$$

$$a = 0,5 \quad b = - 15 \quad c = 52$$

$$\Delta = b^2 - 4 ac = 225 - 104 = 121$$

$$I_1 = (15 + 11) : (2 \cdot 0,5) = 26 : 1 = 26 \text{ A}$$

Soluție imposibilă

$$I_2 = (15 - 11) : (2 \cdot 0,5) = 4 : 1 = 4 \text{ A}$$

Soluție posibilă pentru circuitul dat

Soluția care convine este $I_2 = 4 \text{ A}$

$$U = 52\text{w} : 4 \text{ A} = 13\text{V}$$

Deci

Soluție : $I = 4 \text{ A}$

OK !

Elev Matei Costin

Clasa a VIII-a A

08. 05. 2006 – 15. 05. 2006

matei4home@math.com