Ecuatiile lui Maxwell

J.C Maxwell dupa ce a studiat cercetariile in electricitate ale lui Faraday a pornit sa formuleze matematic o noua teorie a electricitatii si a magnetismului.El nu s-a putut folosi in demonstratiile sale de relativitate deoarece aceasta nu fusese inca descoperita,structura materiei era un mister iar relatia dintre lumina si electromagnetism nu era inca cunoscuta.In timp ce teoria lui Maxwell s-a dezvoltat termenul $\partial E/\partial t$ apare cu totul natural in formularea sa.El a denumit pe acesta “current de deplasare”.Maxwell era interesta de campul magnetic in substanta solida ca si in vid sic and vorbeste despre un current de deplasare el include adesea de asemenaea o oarecare sarcina in miscare.Maxwell a gandit spatiul insusi ca un mediu,”eterul” in cat chiar si in absenta materiei solide curentul de deplasare aparea in ceva.Ecuatiile matematice ale lui Maxwell au fost perfect clare si neabigue si introducerea curentului de deplasare a fost o descoperire teoretica importanta.

Descrierea campului electromagnetic realizat de Maxwell a fost in mod essential complet.

Traditionalele ecuatii ale lui Maxwell sunt :

$$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\text{rot } B = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\cdot J$$

$$\text{div } E = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

$$\text{div } B = 0$$

Aceste legi sunt scrise pt. campuri in vid in prezenta de sarcina electrica ρ si a curentului electric adik a sarcinii in miscare de desnitate J.

Prima ecuatie este legea lui Faraday a inductiei .A doua exprima dependenat campului magnetic de densitatea curentului de deplasare sau rata de variatie a campului electric, is de densitatea curentului de conductie , sau viteza de miscare a sarcinii electrice.A treia este echivalenta cu legea lui Coulomb.A patra exprma ca nu exista surse de camp magnetic cu exceptia curentiilor.

Lipsa de simetrie in aceste ecuatii fata de B si E este in intregime datorita prezentei sarcinii electrice si a curentului electric de conductie.In vid termenii cu ρ si J sunt zero si ecuatiile lui Maxwell primesc urmatoarea forma:

rot E = $-\frac{\partial B}{\partial t}$	div E = 0
rot B = $-\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial E}{\partial t}$	div B = 0

Aici termenul de current de depalasare este foarte important.Prezenta sa alaturi de analogul sau din prima ecuatiie implica posibilitatea undelor electromagnetice.Recunoscand aceasta Maxwell a continuat sa dezvolte cu success o teorie electromagnetica a luminii.

Putem arata acum ca o perturbatie electromagnetica in deplasrace cu viteza c este compatibila cu ecuatiile lui Maxwell.Pentru a face aceasta vom descrie un aranjament simplu de campuri electrice si magnetice care reprezinta o perturbatie in deplasare si vom arata ca acestea satisfac ecuatiile lui Maxwell.

La momentul t=0 exisata un camp electric in regiune dintre planele y=0 si y=2a.Aceasta intensitate a campului E are nuam o componenta z si componenta sa z depinde numa de y,in urmatorul fel :

$$E_z = E_0 \cdot \frac{y}{a} \qquad (0 \le y \le a)$$

La timpul t=0

$$E_z = E_0 \frac{2a-y}{a} \qquad (a \le y \le 2a)$$

Dupa cum se indica in figura de mai jos aceasta descrie o distributie in forma de fronton a intensitatii campului maxima in centru in y = a si descrescand liniar pana la 0 in y = 0 si y = 2a.Pt y dat campul este acelasi pt toti x si y.Avem deci camp electric in toata regiunea dintre doua plane paralele .Portinuniile umbrite inseminate 1 si 2 se afla in interiorul acestor plane.Oriunde in afara adica pt y=0 si z=2a campul electric este 0 in acest moment de timp.In acelasi timp in aceasta regiune din sapatiu exista si u ncamp magnetic care are doar o componenta x data de relatiile :

$$B_x = B_0 \cdot \frac{y}{a} \qquad (0 \le y \le a)$$

La momentul t=0

$$B_x = B_0 \frac{2a-y}{a} \qquad (a \le y \le 2a)$$

Sa facem acum configuratia de camp sa se deplaseze in directia y cu viteza c pastrandusi forma aceasta o putem face scriind urmatoarele ecuatii:

REGIUNEA 1:

$$E_z = E_0[\frac{y-ct}{a}]$$
$$(ct \le y \le ct+a)$$
$$B_x = B_0[\frac{y-ct}{a}]$$

REGIUNEA 2:

$$E_z = E_0[\frac{2a-y+ct}{a}]$$
$$(ct+a \le y \le ct+2a)$$
$$B_x = B_0[\frac{2a-y+ct}{a}]$$

Aceasta descrie situatia asa cum o vedem in figura.Regiunea care contine campul este simplu deplasata spre dreapta prin distanta ct.In interiorul regiunilor 1 si 2 atat E cat si B au aceiasi forma ca inainte.Ecuatiile noastre descriu o configuratie in propagare de campuri electrice si magnetice dar noi trebuie sa vedem daca pot exista astfel de campuri.Pt a raspunde la aceasta trebuie sa vedem daca E si B asa cum sunt date in ecuatiile de mai sus (din cele doua regiuni) satisfac ecuatiile lui Maxwell.

Incepand cu ecuatiile de divergenta este usor de vazut ca div E =0 si div B=0.Dar rot E$\neq$ 0.

In regiunea 1:

In tradevar acestea sunt indeplinite daca $E_0 = c \cdot B_0$ .Ecuatiile conduc la exact aceiasi conditie pt campurile in regiunea 1.Exact in varfur frontonului si la fiecare capat exista singularitati matematice in campuri alese.Pt a fi sigur ca ecuatiile de camp sunt satisfacute peste tot vedem ca nu exista nici o problema in aceste puncte,pt ca E si B sunt continue acolo.Astfel campul electromagnetic particular pe care lam descris care reprezinta o unda calatoare satisface toate ecuatiile de camp dak campul electromagnetic masurat in V/m este egal cu c ori intesntitatea campului electromagnetic in Tesla in acelasi moment si in acelasi loc.Este essential ca E si B sa ie perpendiculare unul pe altul sip e directia de deplasare altfel aceste ecuatii de camp nu pot fi indeplinite.

Frontonul miscator ne poate surprinde ca un esemplu destul de speciat de unda. Aceste exemplu simlu ne arata tot ce este essential pt orice unde electromagnetica.Dupa cum am mai aratat ecuatiile campului electromagneticsunt liniare.Daca doau seturi de campuri satisfac ecuatiile lui Maxwell tot asa se intampla si cu suma lor.In figura de mai josni se sugereaza cateva dintre undele pe care le putem face din frontoane.Este evident ca orice functie ar putea fi exprimata prin superpozitie de frontoane.

Din ceea ce stim despre unda fronton trebuie sa se aplice la orice unda in care E si B sunt functii doare de coordinate dealungul directiei de miscare.Aceste date generale sunt:

a) distributia se deplaseaza cu viteza c cu forma neschimbatoare.
b) E si B sunt perpendiculare fiecare pe celalalt sip e directia de deplasare cu vectorul E*B totdeauna orientat in directia de deplasare asa cu mse intampal in exemplul nostrum
c) Intr-un punct dat si al un momentdat E=cB.

Un camp electromagnetic cu aceste proprietati se transforma in mod simplu si rezonabil cand schimbam sistemele de coordinate.